

תלמידים יקרים,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **סדרות חשבוניות והנדסית**, המהווה חלק קטן ממערך הולך וגדל של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. ✓

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל service@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

סדרה חשבונית

לתלמידים המתקשים בסדרה חשבונית וזקוקים לבסיס רחב יותר:

בסוף החוברת יש מאגר שאלות ברמה בסיסית + פתרונות מלאים באתר.

חוקיות סדרה חשבונית והפרש סדרה

סדרה חשבונית היא סדרת מספרים או אותיות שבה כל מספר (החל מהשני) מתקבל על ידי הוספת מספר קבוע למספר הקודם לו.

אתם מכירים את הסדרה החשבונית, אל לא הכרתם את שמה.

סדרת המספרים הזוגיים: 2,4,6,8,10,...

כל מספר בסדרה הוא איבר,

נסמן את האיבר (a -בר) כך: a

כאשר ליד הסימן- a יש מיקום האיבר בסדרה (n)

איבר כללי נסמן: a_n

דוגמה:

תומר מקבל דמי כיס כל חודש 20 ₪. הוריו החליטו להעלות את דמי הכיס בכל חודש ב 5 ₪. כמה תומר ירוויח לאחר 12 חודשים?

השלימו את הסדרות החשבוניות הבאות:

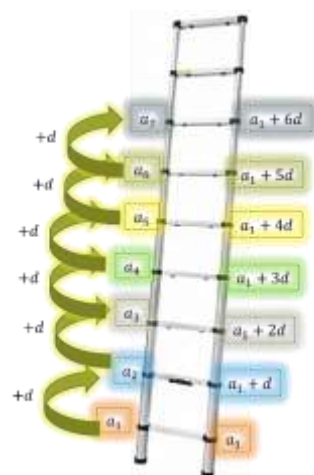
- (1) 21, 31, 41, __, __, __, __
- (2) 120, 115, 110, __, __, __, __
- (3) 37, 41, 45, __, __, __, __
- (4) 75, 78, 81, __, __, __, __

כדי להשלים את הסדרה עלינו לזהות "חוקיות" מסוימת.

בסדרה (1) ההפרש בין האיברים בסדרה הוא (+10) הפרש חיובי והסדרה עולה

בסדרה (2) ההפרש הוא (-5) שלילי והסדרה יורדת

דמיינו שסדרה חשבונית היא כמו סולם, המרחק/גובה בין השלבים זהה.



תרגיל מציאת איבר והפרש סדרה

נתונות סדרות חשבוניות. מצא את הפרש הסדרה (d) והוסף לכל אחת איבר חמישי.

(5) 3, 8, 13, 18, __ d=___

(6) 2, 5, 8, 11, __ d=___

תרגיל מציאת איבר והפרש סדרה

נתונות סדרות חשבוניות. מצא את הפרש הסדרה (d) והוסף לכל אחת איבר חמישי.

(7) -21, -15, -9, -3, __ d=___

(8) 40, 30, 20, 10, __ d=___

מציאת איבר כללי

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

סדרה חשבונית	a_1 (a-בר ראשון)	d הפרש הסדרה	הצבה לנוסחה: $a_{20} = a_1 + (n - 1) \cdot d$
9) 2, 7, 12, 17,	2	5	
10) 21, 28, 35, 42,			
11) -21, -15, -9, -3			
12) 30, 20, 10, 0			

תרגול - מציאת איבר כללי

- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_3 = 12$, $d = (-6)$. מצאו את a_1 . (13)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_1 = -8$, $d = (-2)$. מצאו את a_6 . (14)
- ✓ נתונה הסדרה: 22,27,32 מצאו את a_{10} . (15)
- ✓ נתונה הסדרה: 95,92,89 מצאו את a_8 . (16)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_{16} = 106$, $d = 3$. מצאו את a_1 . (17)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_{14} = 12$, $d = (-6)$. מצאו את a_1 . (18)

מציאת מספר איברים (n)

- ✓ נתונה הסדרה: $0, -2, -4, \dots$ האיבר האחרון בסדרה הוא 22. מצאו את מיקומו בסדרה. (19)
- ✓ האיבר השלישי הוא 10. האיבר החמישי הוא 14. מצאו את האיבר השישי. רשום נתונים ופתור (20)

תרגול – מציאת הפרש הסדרה (d)

- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_{23} = 75$, $a_1 = 9$. מצאו את d . (21)
- ✓ בסדרה חשבונית האיבר ה-33 הוא 14, האיבר הראשון הוא -18. חשבו את הפרש הסדרה. (22)

תרגילים מציאת איבר כללי

- ✓ בסדרה חשבונית 10 איברים. האיבר הראשון הוא 3. הפרש הסדרה הוא 5. (23)

א. מצאו את האיבר השביעי.

ב. מצאו את האיבר העשירי.

ג. חשב את סכום ארבעת האיברים האחרונים.

- ✓ (24)

נתונים המספרים 12 ו-42.

הכנסו בין שני המספרים האלה ארבעה מספרים נוספים, כך שכל ששת המספרים יהוו סדרה חשבונית.

(25)

בסדרה חשבונית האיבר הרביעי הוא 6 והאיבר השישי הוא 10.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר הראשון.

(26)

שירן רצה ביום הראשון 3 ק"מ, ובכל יום רצה 2 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם,

כמה ק"מ רצה שירן ביום התשיעי?

(27)

שיראל התאמנה למרוץ אופניים. היא רכבה ביום הראשון 30 ק"מ ובכל יום רכבה 5 ק"מ

יותר מאשר ביום הקודם לו. כמה ק"מ רכבה שיראל ביום העשירי?

(28)

נתונים שלושה איברים עוקבים של סדרה חשבונית: $x+5$, $2x+7$, $4x+8$

א. מצאו את x .

ב. רשמו את איברי הסדרה



סכום איברי הסדרה

את הסכום של 3 איברים נסמן כך : S_3

את הסכום של 4 איברים נסמן כך : S_4

את הסכום של 5 איברים נסמן כך : S_5

את הסכום של n איברים נסמן כך : S_n

$$S_n = \frac{n[2a_1 + d(n - 1)]}{2}$$

✓ (29)

בסדרה החשבונית: 12,15,17,...

א. מצא את a_{10}

ב. מצא את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.

פתרון:

✓ (30)

בסדרה החשבונית: 4,5,7,...

א. מצא את האיבר ה-20 בסדרה.

ב. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה

✓ (31)

בסדרה חשבונית שבעה איברים. סכום איברי הסדרה: 147. האיבר הראשון הוא 6.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר האחרון.

✓ (32)

בסדרה חשבונית: 207,200,193,186,... מצא את סכום 12 האיברים הראשונים.

✓ (33)

בסדרה חשבונית 8 איברים. סכום אברי הסדרה הוא 168. האיבר הראשון הוא 7.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר השישי.

(34)

בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 6, והאיבר החמישי הוא 10

א. מצא את הפרש הסדרה

ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ג. בסדרה זו 21 איברים, מצא את סכום איברי הסדרה

(35)

איגור החליט לחסוך כסף למטרת טיסה לתאילנד. בחודש הראשון הוא חסך 100 ₪ ובכל חודש חסך 10 ₪ יותר מהחודש הקודם לו.

א. כמה כסף חסך איגור בחודש ה-12? (a_{12})

ב. כמה כסף חסך סה"כ איגור ב-12 החודשים ביחד? (S_{12})

(36)

סולם עם 16 שלבים, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב-4 ס"מ.

סכום אורכי כל השלבים בסולם הוא 8 מטרים ו-64 ס"מ.

חשבו את אורכו של השלב התחתון בסולם.

איבר כללי מנוסחת סכום

כאשר נתונה הנוסחה לסכום S_n של סדרה כלשהי ניתן למצוא נוסחה לאיבר כללי a_n על פי

$$\text{הקשר: } a_n = S_n - S_{n-1} \quad (\text{עבור } n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 \quad \text{יש לבדוק שאכן}$$

אם נתון הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה ונחסר ממנו את סכום $(n-1)$ האיברים

הראשונים בסדרה, נקבל את האיבר העומד במקום ה- n , כלומר a_n

סכום איברים אחרונים

לא קיימת נוסחה למציאת סכום איברים אחרונים.

למשל אם נתונה סדרה חשבונית: a_1, a_2, a_3, \dots

שהפרשה d ונרצה לחשב את הסכום: $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$ שמתחיל מ- a_{12} .

$$\underbrace{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}}_{\text{ראשונים איברים 11}}, \underbrace{a_{12}, a_{13}, \dots, a_{19}}_{\text{המבוקש הסכום}}$$

ראשונים איברים 19

להלן שתי שיטות מרכזיות שבעזרתן ניתן לחשב סכום האיברים האחרונים:

דרך א' לפי חיסור סכומים

אם נחסר מסכום 19 האיברים הראשונים בסדרה את סכום 11 האיברים הראשונים בסדרה,

נקבל את הסכום $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$,

כלומר ניתן לחשב את הסכום המבוקש ע"י $S_{19} - S_{11}$

דרך ב' נחשב באופן ישיר.

הסכום $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$ הוא סכום של סדרה חשבונית שבה 8 איברים והאיבר הראשון שלה הוא a_{12}

נוסחת הסכום של סדרה חשבונית: $S_n = \frac{n[2a_1 + d(n-1)]}{2}$

תרגילים

✓ (37) כמה מספרים טבעיים דו ספרתיים ישנם המתחלקים ב-3 ללא שארית?

פתרון: 30.

✓ (38) בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 4 מהאיבר הראשון.

אם מחלקים את האיבר השישי באיבר השני מקבלים 2 ושארית 1.

מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

פתרון: $a_1 = 8, d = 3$

✓ (39) בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 5 מהאיבר השני.

אם נחלק את האיבר העומד במקום ה-13 באיבר העומד במקום השישי נקבל מנה 2 ושארית 5.

מהו הפרש ומהו האיבר הראשון?

פתרון: $a_1 = 3, d = 4$

(40) סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא $S_n = 2n^2 - 3n$. מצא את הנוסחה לאיבר ה- n והוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית.

פתרון: הפרש הסדרה 4, איבר ראשון 1-

(41) בסדרה חשבונית ... 12, 17, 22 יש 19 איברים. חשב את סכום שמונת האיברים האחרונים בסדרה.

פתרון: 676.

(42) בסדרה חשבונית מספר זוגי של איברים. סכום האיברים במקומות האי זוגיים הוא 150, וסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 174.

כמו כן ידוע, שהאיבר האחרון גדול מהאיבר הראשון ב-44. מצאו את הפרש הסדרה ואת מספר איבריה

פתרון: בסדרה 12 איברים והפרש הסדרה 4.

(43) נתונה הסדרה החשבונית ... 5, 1, -3, -7 הפכו את סימני האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, וכך התקבלה סדרה חדשה. א. מצא את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה החדשה, אם n הוא מספר זוגי. ב. מצא את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה החדשה אם n הוא מספר אי-זוגי.

פתרון: א. $2n$. ב. $2n-9$

(44)



בסדרה חשבונית $8,13,18,23,\dots$ יש $3n$ איברים.

סכום כל איברי הסדרה גדול ב-1719 מסכום n האיברים הראשונים.

כמה איברים בסדרה?

פתרון: 27 איברים.

(45) 

בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים,

סכום n האיברים הראשונים שווים ל-25% מסכום כל איברי הסדרה הזו.

האיבר השלישי בסדרה שווה ל-15.

מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

פתרון: $a_1 = 3, d = 6$

(46) 

נתונות שתי סדרות חשבוניות:

6,12,18,...

24,28,32,...

א. מצא איבר בסדרה הראשונה השווה לאיבר בסדרה השנייה, שמיקומם הסידורי שווה גם כן.

ב. מצא כמה איברים עוקבים יש לחבר בסדרה הראשונה כדי שסכומם יהיה שווה לסכום של אותו מספר איברים בסדרה השנייה.

פתרון: א. $n=10$. ב. $n=19$

(47) 

נתונה הסדרה החשבונית: $4,9,14,19,\dots,a_n$.

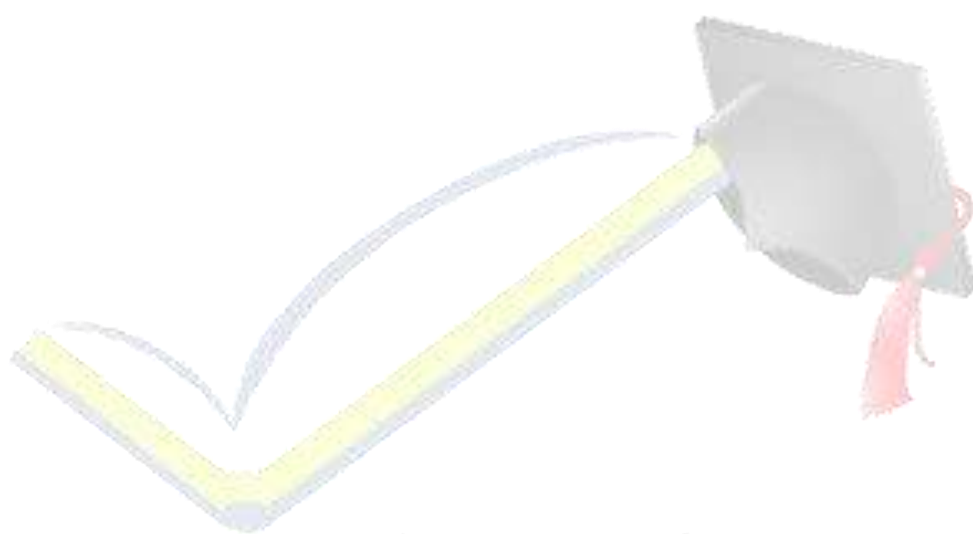
הסכום של $n-4$ האיברים האחרונים בסדרה גדול ב-147 מסכום $n-2$ האיברים הראשונים.

מצא את מספר איברי הסדרה.

פתרון: 20 איברים

סיכום

הסדרה	איבר ראשון	הפרש הסדרה	מספר איברים	הסכום
סדרת n איברים ראשונים: a_1, a_2, \dots, a_n	a_1	d	n	$\frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
סדרת n איברים אחרונים: $a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n}$	$a_{n+1} = a_1 + nd$	d	n	$\frac{n[2(a_1 + nd) + (n-1)d]}{2}$ או $S_{2n} - S_n$
סדרת האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים: a_2, a_4, \dots, a_{2n}	$a_2 = a_1 + d$	$2d$	n	$\frac{n[2(a_1 + d) + (n-1)2d]}{2}$
סדרת האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים: $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}$	a_1	$2d$	n	$\frac{n[2a_1 + (n-1)2d]}{2}$
סדרה המתקבלת כשמחברים כל זוג איברים סמוכים בסדרה: $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{2n-1} + a_{2n}$	$a_1 + a_2 = 2a_1 + d$	$2d$	$2n-1$	$\frac{(2n-1)[2(2a_1 + d) + (2n-2)2d]}{2}$



openbook
מרכז לקידום אקדמי

שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף - חלק א'

1. נתונה סדרה חשבונית 17, 14, 11,, סכום איברי הסדרה הוא 861. כמה איברים בסדרה? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
2. בסדרה חשבונית 10 איברים. סכום איברי הסדרה הוא 210. האיבר הראשון בסדרה הוא 3. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את הפרש הסדרה.
ב. מצאו את האיבר התשיעי בסדרה.
3. בסדרה חשבונית 13 איברים. סכום איברי הסדרה 351. הפרש הסדרה הוא 2.5. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. מצאו את האיבר האחרון בסדרה.
4. בסדרה חשבונית 20 איברים. האיבר השלישי בסדרה הוא 8. הפרש הסדרה הוא 3. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר השישה-עשר בסדרה.
ב. מצאו את האיבר העשרים בסדרה.
ג. חשבו את סכום חמשת האיברים האחרונים בסדרה.
5. בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 5, והאיבר החמישי הוא 9. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את הפרש הסדרה.
ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ג. בסדרה זו 19 איברים. חשבו את סכום איברי הסדרה.
6. בסדרה חשבונית סכום האיברים השלישי והשישי הוא 25. האיבר החמישי הוא 14. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. חשבו את הסכום של חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
7. נתונה סדרה חשבונית שבה: $a_3 = 4$, $d = -4$. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. חשבו את a_1 .
ב. מחברים זה לזה את איברי הסדרה, החל מן האיבר הראשון. כמה איברים יש לחבר,
כדי שהסכום שיתקבל יהיה 420? מצאו את כל הפתרונות האפשריים.
8. בסדרה חשבונית האיבר הרביעי גדול פי 3 מהאיבר הראשון, והאיבר השביעי גדול ב-10 מהאיבר השני. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. מצאו את a_1 ו- d .
- ב. מהו סכום 60 האיברים הראשונים בסדרה זו?
9. בסדרה חשבונית האיבר העשירי גדול פי 3 מהאיבר הרביעי. סכום מאה האיברים הראשונים הוא 9900. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את a_1 ו- d .
- ב. חשבו את האיבר החמישי בסדרה.
10. נתונים המספרים 27 ו-69. הכניסו בין שני מספרים אלה חמישה מספרים נוספים, כך שכל שבעת המספרים יהוו סדרה חשבונית. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
11. המשכורת של פועל בחודש הראשון הייתה 3500 שקלים לחודש. בכל חודש עלתה משכורתו ב-50 שקלים. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מה הייתה משכורתו של הפועל בחודש ה-12 לעבודתו?
 ב. כמה השתכר הפועל במשך 12 החודשים הראשונים לעבודתו?
12. באולם יש 15 שורות של כיסאות. בשורה הראשונה יש 12 כיסאות, ומספר הכיסאות בכל שורה גדול ב-2 ממספר הכיסאות שבשורה שלפניה. כמה כיסאות באולם? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
13. דוד התאמן למירוץ אופניים. ביום הראשון רכב 25 ק"מ, ובכל יום רכב 4 ק"מ יותר מביום הקודם לו. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. כמה ק"מ רכב דוד ביום העשירי?
 ב. כמה ק"מ רכב דוד במשך עשרת הימים הראשונים לאימונו?
14. דנה חסכה כסף לטיול. בשבוע הראשון חסכה 6 שקלים, ובכל שבוע חסכה 5 שקלים יותר מאשר בשבוע שקדם לו.
 דנה הצליחה לחסוך 147 שקלים. כמה שבועות חסכה דנה? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
15. נתונה סדרה חשבונית שבה: $a_1 = 3$, $d = 5$.
- א. רשמו לפי הסדר את ששת האיברים הראשונים בסדרה.
 ב. בסדרה זו נמחקו האיבר השני, הרביעי, השישי וכך הלאה (כל האיברים הנמצאים במקום זוגי). [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
 חשבו את סכום 100 האיברים הראשונים שלא נמחקו בסדרה.
 ג. חשבו את סכום 100 האיברים הראשונים שנמחקו בסדרה.
16. סולם עם 10 שלבים בנוי כך שכל שלב בסולם קצר ב-4 ס"מ מהשלב שמתחתיו. אורך השלב התחתון 60 ס"מ. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. חשבו את אורך השלב החמישי מלמטה.
 ב. חשבו את אורך השלב החמישי מלמעלה.

17. סולם עם 16 שלבים, שבו אורך השלב התחתון 78 ס"מ, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו בגודל קבוע. (קישור לפתרון באתר)

- א. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 1.2 ס"מ? נמקו.
 ב. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 3.4 ס"מ? נמקו.
 ג. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 5.3 ס"מ? נמקו.
 ד. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 7.4 ס"מ? נמקו.

18. סולם עם 16 שלבים, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 5 ס"מ. סכום אורכי כל השלבים בסולם הוא 8 מטרים ו- 64 ס"מ. חשבו את אורכו של השלב התחתון בסולם. (קישור לפתרון באתר)

19. דינה ורינה הכינו לוח של שברים לחדר מתמטיקה. הטבלה המוצגת מתארת את 7 הטורים הראשונים ואת 6 השורות הראשונות בלוח השברים. המספרים במשבצות נרשמו על-פי חוקיות מסוימת. (קישור לפתרון באתר)

	טור 1	טור 2	טור 3	טור 4	טור 5	טור 6	טור 7	
שורה 1	$\frac{1}{4}$	1	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	4		
שורה 2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	2		$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	5	
שורה 3	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	
שורה 4	1	$1\frac{3}{4}$		$3\frac{1}{4}$	4	$4\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	
שורה 5	$1\frac{1}{4}$	2	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	5	$5\frac{3}{4}$	
שורה 6	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$		6	

כאשר דינה ורינה סיימו את עבודתן, נשפכה פחית שתייה על לוח השברים ונמחקו מספרים בארבע משבצות.

- א. רשמו בלוח את המספרים שנמחקו. נמקו.
 ב. איזה מספר יהיה כתוב במשבצת ה- 17 בטור הראשון? נמקו.
 ג. איזה מספר יהיה כתוב במשבצת ה- 17 בשורה הראשונה? נמקו.
 ד. מהו סכום 10 המספרים הראשונים בטור השישי? נמקו.

תשובות סופיות חלק א' – שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף

1. 21 איברים
2. (א) $d = 4$ (ב) $a_9 = 35$
3. (א) $a_1 = 12$ (ב) $a_{13} = 42$
4. (א) $a_{16} = 47$ (ב) $a_{20} = 59$ (ג) 265
5. (א) $d = 2$ (ב) $a_1 = 1$ (ג) 361
6. (א) $a_1 = 2$ (ב) 40
7. (א) $a_1 = 56$ (ב) $n_1 = 14$, $n_2 = 15$
8. (א) $d = 2, a_1 = 3$ (ב) 3720
9. (א) $d = 2, a_1 = 0$ (ב) $a_5 = 8$
10. 34, 41, 48, 55, 62
11. (א) 4050 שקלים (ב) 45,300 שקלים
12. 390 כיסאות
13. (א) 61 ק"מ (ב) 430 ק"מ
14. 7 שבועות
15. (א) 3, 8, 13, 18, 23, 28
16. (א) 44 ס"מ (ב) 40 ס"מ
17. (א) כן (ב) כן (ג) לא (ד) לא
18. 91.5 ס"מ
19. (א) טור 3: $2\frac{1}{2}$; טור 4: $2\frac{3}{4}$; טור 6: $5\frac{1}{4}$; טור 7: $4\frac{3}{4}$ (ב) $4\frac{1}{4}$ (ג) $12\frac{1}{4}$ (ד) $51\frac{1}{4}$

שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף - חלק ב'

1. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.
- ג. מצאו את האיבר ה-57 בסדרה.

2. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: [\(קישור לפתרון\)](#)
$$\begin{cases} a_1 = 50 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$$

[\(באתר\)](#)

- א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית יורדת.
- ג. מהו הפרש הסדרה?
- ד. חשבו את הסכום של עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

3. נתונים כל המספרים התלת ספרתיים: [\(קישור לפתרון\)](#) 100, 101, 102,, 999.

[\(באתר\)](#)

- א. כמה מספרים תלת-ספרתיים קיימים?
- ב. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-5 (בלי שארית)?
- ג. כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב-5?

4. המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב-7 בלי שארית הוא 105.

המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-7 בלי שארית הוא 994.

כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-7 בלי שארית.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

5. סכום n האיברים הראשונים בסדרה החשבונית: $1, 4, 7, \dots$ הוא כסכום n האיברים

הראשונים בסדרה החשבונית: $51, 49, 47, \dots$.

מצאו את n .

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

6. מפעל, המייצר חלקי חילוף למכוניות, ייצר בחודש הראשון (חודש ינואר) 1,000 פריטים. בגלל דרישות השוק, הגביר המפעל את הייצור בכל חודש ב- 100 פריטים יותר מאשר בחודש הקודם.

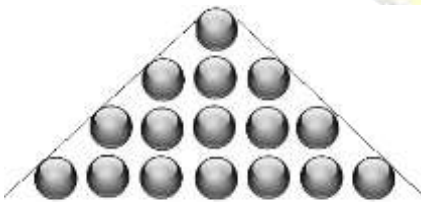
- כמה פריטים ייצר המפעל בחודש ה- 12 (חודש דצמבר)?
 - כמה פריטים ייצר המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?
 - הרווח הנקי מכל פריט הוא 850 ₪.
- כמה הרוויח המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)



7. במבנה עם גג משופע יש **שני קירות תמיכה** זהים. כל קיר עשוי מעמודים אנכיים של צינורות ברזל (ראו סרטוט). אורכו של העמוד הגבוה ביותר בכל אחד מהקירות הוא 8 מטרים. אורכו של העמוד הקצר ביותר הוא 6 מטרים ו- 20 ס"מ. אורכו של כל עמוד קצר מהקודם לו ב- 30 ס"מ.
- כמה עמודים יש בקיר תמיכה אחד?
 - בכמה מטרים של צינור ברזל השתמשו לבניית שני הקירות?
 - מחירו של מטר אחד צינור ברזל הוא 20 ₪.
- מה המחיר ששילמו עבור צינורות הברזל לבניית שני הקירות?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)



8. על שולחן מסדרים כדורים בצורת משולש באופן הבא: בשורה הראשונה – כדור אחד, בשורה השנייה – 3 כדורים, בשורה השלישית – 5 כדורים וכן הלאה (ראו סרטוט).
- כמה כדורים יהיו בשורה העשירית?
 - מהו מספר הכדורים הדרוש ליצירת משולש שבו 10 שורות?
 - לבניית משולש משתמשים ב- 289 כדורים.
- כמה שורות של כדורים יהיו במשולש זה?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

9. אבן, הנופלת באופן חופשי, עוברת בשנייה הראשונה מרחק של 5 מטרים, ובכל אחת מן השניות הבאות היא עוברת 10 מטרים יותר מאשר בשנייה הקודמת לה. כדי למדוד את העומק של בור, שחררו אבן שנפלה באופן חופשי לתחתית הבור.
- מה המרחק שעברה האבן בשנייה החמישית?
 - האבן הגיעה לתחתית הבור כעבור 5 שניות מתחילת הנפילה. מה עומק הבור?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

10. דני צריך לשלוח בדואר 4 חבילות במשקלים שונים. עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה. מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית.

מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 3 מהבול הזול ביותר.

סך הכול שילם דני 120 ₪.

א. מהו מחיר הבול הזול ביותר?

ב. מהו מחיר הבול היקר ביותר?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

11. אלון ונדב מתכוננים לבחינה הפסיכומטרית.

כל אחד מהם צריך ללמוד 580 מילים חדשות.

אלון החליט שילמד מדי יום 20 מילים.

נדב בנה תכנית עבודה כך, שביום הראשון ילמד 10 מילים ומדי יום ילמד שתי מילים יותר מאשר ביום הקודם.

א. כמה ימים למד אלון לבחינה?

ב. מי מבין השניים יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר? נמקו.

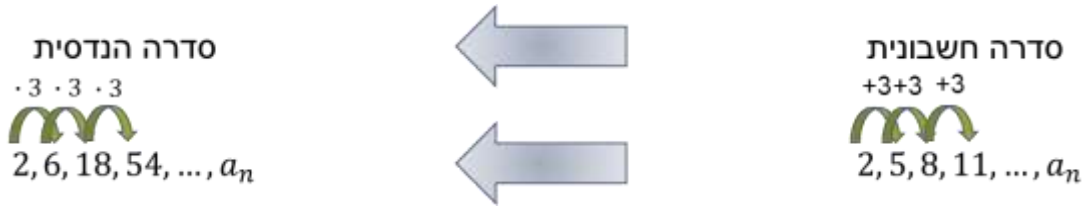
[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

תשובות סופיות חלק ב' שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף

1. (א) 5, 8, 11, 14 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר גדול ב-3 מהאיבר הקודם לו (ג) 173
2. (א) 50, 48, 46, 44 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר קטן ב-2 מהאיבר הקודם לו (ג) -2 (ד) 410
3. (א) 900 (ב) 180 (ג) 720
4. 128
5. 21
6. (א) 2,100 פריטים (ב) 18,600 פריטים (ג) 15,810,000 ₪
7. (א) 7 עמודים (ב) 99.4 מ' (ג) 1,988 ₪
8. (א) 19 (ב) 100 (ג) 17
9. (א) 45 מ' (ב) 125 מ'
10. (א) 15 ₪ (ב) 45 ₪
11. (א) 29 ימים (ב) נדב יסיים את למידת המילים במשך 20 יום, ולכן הוא יסיים את למידת המילים לפני אלון

סדרה הנדסית

מעבר מסדרה הנדסית לחשבונית



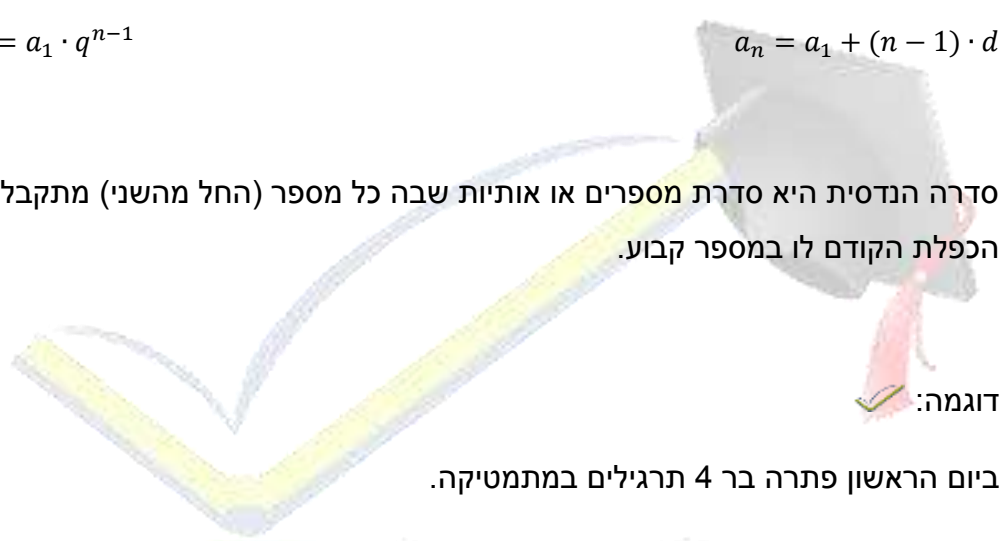
מעבר לאיבר הבא כופלים ב- 3 כל

מעבר לאיבר הבא מוסיפים 3 לכל איבר איבר

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

סדרה הנדסית היא סדרת מספרים או אותיות שבה כל מספר (החל מהשני) מתקבל על ידי הכפלת הקודם לו במספר קבוע.



דוגמה: ✓

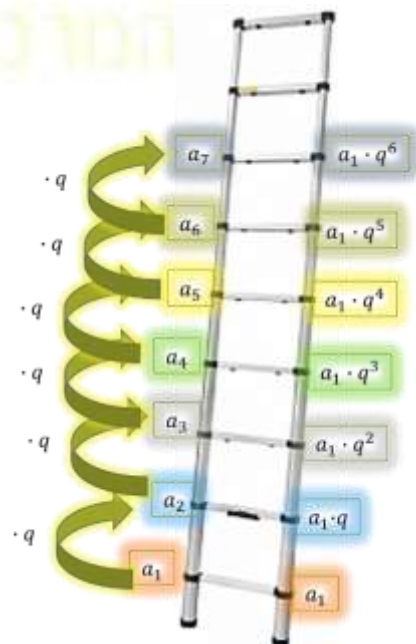
ביום הראשון פתרה בר 4 תרגילים במתמטיקה.

בכל יום פתרה בר פי 4 תרגילים יותר מאשר ביום שקדם לו.

כמה תרגילים פתרה ביום השביעי?

openbook

המרכז לקידום אקדמי



תרגילים מציאת האיבר הכללי

(1) ✓

האיבר השלישי בסדרה הנדסית עולה הוא 16. מנת הסדרה היא 2.

א. מצאו את האיבר הראשון (a_1) .

ב. מצא את האיבר התשיעי

(2) ✓

נתונה סדרה הנדסית שבה:

$$q = -3, a_6 = 1215$$

מצאו את a_1 .

(3) ✓

נתונה סדרה הנדסית: $3, 9, 27, \dots$

1. מצאו את המנה של הסדרה

2. רשמו את שני האיברים הבאים בסדרה

3. מצאו את האיבר ה-12 בסדרה

(4)

נתונה סדרה הנדסית שבה $a_1 = 3$ ו- $a_7 = 192$

א. מצאו את מנת הסדרה.

ב. מצא את האיבר השני של הסדרה.

(5)

בסדרה הנדסית, שאינה עולה ואינה יורדת,

האיבר התשיעי הוא -13,122, והאיבר השישי הוא -486. מצאו את:

א. q ב. a_1 ג. a_2

תנאי לקיום סדרה הנדסית

אם x, y, z הם שלושה איברים סמוכים של סדרה הנדסית, אז מתקיים:

$$\frac{y}{x} = \frac{z}{y}$$

מהקשר הזה נקבל:

$$y^2 = z \cdot x$$

אם נבודד את y (האיבר האמצעי) נקבל:

$$y = \sqrt{z \cdot x}$$

כלומר, כל איבר אמצעי בסדרה הנדסית, שאיבריה חיוביים, הוא ממוצע הנדסי של שני האיברים שסמוכים לו.

 (6)

נתונים שלושה איברים עוקבים של סדרה הנדסית עולה: $2x-7, x+7, 9x+3$.

מצא את x .

 (7)

שלושה מספרים שהראשון בהם 9, מהווים סדרה הנדסית.

אם מחסרים מהראשון 1, מהשני 1 ומוסיפים לשלישי 1 מתקבלת סדרה הנדסית חדשה.

מצא את שתי הסדרות ההנדסיות.

 (8)

המספרים $x, y, 2$ מהווים סדרה הנדסית עולה וגם המספרים $4, x+2, y-2$.

מהווים סדרה הנדסית עולה.

א. מצא את x ו- y .

ב. מצא את המנה של כל אחת מהסדרות.

תרגילים מציאת איבר כללי

(9) ✓

בסדרה הנדסית סכום האיברים השלישי והרביעי הוא 10 וסכום ריבועיהם 52.

מצא את האיבר הראשון.

(10) ✓

נתונים שלושה מספרים שונים מאפס.

אם כופלים את המספר השלישי פי 5 מתקבלת סדרה הנדסית.

אם מוסיפים לריבועו של המספר הראשון 6 מתקבלת גם כן סדרה הנדסית.

מצא את המספר הראשון.

(11) ✓

בסדרה הנדסית האיבר השלישי גדול ב-15 מהאיבר הראשון וקטן ב-240 מהאיבר החמישי.

מצא את מנת הסדרה.

(12) ✓

מצא את q את a_1 עפ"י הנתונים לגבי הסדרות הנדסיות הבאות:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 42$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 168$$

(13) ✓

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא 380.

סכום שני האיברים הראשונים גדול ב-20 מהאיבר השלישי.

מצא את שלושת האיברים הראשונים.

(14) ✓

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית עולה הוא 26.

האיבר השלישי בסדרה גדול פי 2.25 מסכום שני האיברים הראשונים.

מצא את שלושת האיברים הראשונים של הסדרה.

(15) ✓

סכום ארבעה איברים המהווים סדרה הנדסית עולה הוא 45.

האיבר הרביעי גדול פי $1\frac{1}{3}$ מסכום האיברים השני והשלישי.

מצא את ארבעת האיברים.

(16) ✓

בסדרה הנדסית עולה סכום ההפרש בין האיבר החמישי לרביעי גדול פי 8 מההפרש שבין האיבר השני לראשון סכום האיברים השלישי הרביעי והחמישי הוא 140.

מצא את האיבר הראשון של הסדרה.

(17) ✓

סכום ארבעת האיברים הראשונים של סדרה הנדסית הוא 170 וסכום האיברים הראשון והשלישי הוא 34.

מצא את מנת הסדרה ואת האיבר הראשון

(הדרכה: מצא תחילה את סכום האיברים השני והרביעי).

(18) ✓

בסדרה הנדסית סכום האיברים השני והשלישי גדול פי 6 מהאיבר הרביעי.

מצא את 2 הערכים האפשריים למנת הסדרה

(19) ✓

סכום האיברים השני, השלישי והרביעי בסדרה הנדסית הוא 42.

ההפרש בין האיבר הרביעי לשלישי גדול פי 12 מהאיבר השני.

מצא את האיבר הראשון.

(20) ✓

האיבר השלישי בסדרה הנדסית גדול ב-20 מהאיבר הראשון והאיבר הרביעי גדול ב-30 מהאיבר השני. מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה.

(21) ✓

סכומם של 4 מספרים המהווים סדרה הנדסית הוא 65. ההפרש בין האיבר הראשון לשני גדול פי 2.25 מהפרש שבין האיבר השלישי לרביעי. מצא את הסדרה.



(22)

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא 336 וסכום האיברים החמישי, השישי והשביעי הוא 21. מצא את האיבר הראשון.

(23)

מצא שלושה מספרים המהווים סדרה הנדסית עולה אם ידוע שמכפלתם היא 64 וסכומם הוא 21.

(24)

בסדרה הנדסית חמישה איברים. סכום כל האיברים בלי הראשון הוא 120 וסכום כל האיברים בלי האחרון הוא 40. מצא את האיבר האחרון.

(25)

בסדרה יש ארבעה איברים: $3, a_2, a_3, a_4$. שלושת האיברים הראשונים הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית. סכום האיבר השני והאיבר הרביעי הוא 15. סכום האיבר השלישי והרביעי הוא 75. מצא את האיברים a_2, a_3, a_4 .

(26)

מצא 4 מספרים המהווים סדרה הנדסית אם מכפלת האיבר השני ברביעי היא 100 וסכום האיברים השלישי ורביעי הוא 30.

(27)

האיבר הרביעי בסדרה הנדסית גדול ב-12 מהאיבר השלישי וקטן ב-72 מהאיבר השישי. מצא את המנה ואת האיבר הראשון.

(28)

בסדרה הנדסית ההפרש בין האיבר השביעי לשלישי גדול פי 90 מההפרש בין האיבר השלישי לראשון. מצא את המנה. (הנח שההפרשים הנ"ל שונים מ-0).

הסכום של סדרה הנדסית

סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$$

חשוב לזכור את הקשר: $a_n = S_n - S_{n-1}$

✓ (29)

בסדרה הנדסית: $1, -2, 4, -8, \dots$

א. מצא את a_{10}

ב. מצא את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.

✓ (30)

בסדרה הנדסית האיבר החמישי הוא 1536, והמנה היא 4.

א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

ב. מצאו את סכום תשעת האיברים הראשונים בסדרה

✓ (31)

סכום הסדרה ההנדסית $1, 4, 16, \dots$ הוא 1365.

כמה איברים בסדרה?

✓ (32)

בסדרה הנדסית $3, 6, 12, \dots$ יש 18 איברים.

מצא את סכום שמונת האיברים האחרונים

✓ (33)

בסדרה הנדסית יש 12 איברים.

סכום ששת האיברים הראשונים הוא 189 וסכום ששת האחרונים הוא 12,096.

מצא את האיבר הראשון.

סכום מקומות אי זוגיים וזוגיים – סכום סדרה הנדסית

סכום מקומות אי זוגיים וזוגיים

(1) סכום האיברים במקומות האי זוגיים – איבר ראשון a_1 , מנת הסדרה: q^2 , מספר האיברים:

א. כאשר בסדרה המקורית מס' האיברים זוגי: $\frac{n}{2}$.

ב. כאשר בסדרה המקורית מס' האיברים אי זוגי: $\frac{n+1}{2}$.

(2) סכום האיברים במקומות הזוגיים – איבר ראשון a_2 , מנת הסדרה: q^2 , מספר האיברים:

א. כאשר בסדרה המקורית מס' האיברים זוגי: $\frac{n}{2}$.

ב. כאשר בסדרה המקורית מס' האיברים אי זוגי: $\frac{n-1}{2}$.

סכום של סדרה הנדסית שהחליפו לה את סימני האיברים במקומות הזוגיים/ האי זוגיים

(1) נתונה סדרה הנדסית בעלת מספר זוגי של איברים $(2n)$ והחליפו בה את הסימנים של האיברים שבמקומות האי זוגיים.

הסדרה המקורית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$

הסדרה "מוחלפת הסימנים" תהיה: $-a_1, a_2, -a_3, a_4, \dots, a_{2n}$

מנת הסדרה "מוחלפת הסימנים" תהיה $-q$, האיבר הראשון $-a_1$.

(2) נתונה סדרה הנדסית בעלת מספר זוגי של איברים $(2n)$ והחליפו בה את הסימנים של האיברים שבמקומות הזוגיים.

הסדרה המקורית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$

הסדרה "מוחלפת הסימנים" תהיה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots, -a_{2n}$

מנת הסדרה "מוחלפת הסימנים" תהיה $-q$, האיבר הראשון a_1 .

(34)

בסדרה הנדסית $2, 6, 18, \dots$ יש 15 איברים.

א. מצא את סכום האיברים שבמקומות האי זוגיים

ב. מצא את סכום האיברים שבמקומות הזוגיים.



(35)

בסדרה הנדסית שהמנה שלה היא 2 יש 14 איברים. סכום האיברים שבמקומות הזוגיים הוא 10,922. מצא את סכום האיברים שבמקומות האי זוגיים.



(36)

בסדרה הנדסית שבה 10 איברים המנה היא 3. סכום הסדרה גדול ב-14,762 מסכום האיברים שבמקומות הזוגיים. מצא את האיבר הראשון.

✓ (37)

נתונה סדרה הנדסית שיש בה 10 איברים והמנה שלה היא 2. בסדרה הנתונה הפכו את הסימנים של כל האיברים שבמקומות הזוגיים וכך התקבלה סדרה הנדסית אחרת. סכום האיברים של שתי הסדרות ביחד הוא 6,138. מצא את האיבר הראשון של הסדרה הנתונה.

✓ (38)

סכום סדרה הנדסית שבה מספר זוגי של איברים הוא 12,285. סכום הסדרה שהחליפו בה את הסימנים של האיברים שבמקומות הזוגיים הוא -4,095. האיבר הראשון הוא 3. מצא את מנת הסדרה ואת מספר האיברים של הסדרה.

(39)

נתונה סדרה הנדסית בת $2n$ איברים שהמנה שלה היא q . הוכח:

- היחס בין סכום האיברים במקומות הזוגיים לסכום האיברים במקומות האי זוגיים הוא q
- היחס בין סכום n האיברים האחרונים לסכום n האיברים הראשונים הוא q^n
- היחס בין סכום הסדרה לסכום n האיברים הראשונים הוא $q^n + 1$
- היחס בין סכום הסדרה לסכום הסדרה שבה הפוכים סימני האיברים שבמקומות הזוגיים הוא $\frac{1+q}{1-q}$
- היחס בין סכום הסדרה לסכום האיברים במקומות האי זוגיים הוא $q+1$.
- היחס בין סכום הסדרה לסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא $\frac{q+1}{q}$

openbook ✓ (40)

בסדרה הנדסית מספר זוגי של איברים. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי זוגיים הוא 820 וסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים הוא 2,460.

- מצא את מנת הסדרה.
- נתון שהאיבר הראשון הוא 1. מצא את מספר איברי הסדרה.

✓ (41)

בסדרה הנדסית שבה יש $2n$ איברים נתון שסכום ריבועי n האיברים הראשונים גדול פי $1\frac{1}{2}$ מסכום n האיברים שבמקומות הזוגיים. סכום האיברים הראשון והשני הוא 9. מצא את מנת הסדרה ואת האיבר הראשון.

✓ (42)

בסדרה הנדסית שבה מספר זוגי של איברים סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא $\frac{3}{4}$ מסכום כל האיברים.

- א. מצא את מנת הסדרה.
 ב. מצא את האיבר הראשון של הסדרה אם יש בה 8 איברים וסכום האיברים במקומות האי זוגיים הוא 1,640.

סדרה הנדסית אינסופית וסכומה

נסתכל על הסדרה ההנדסית האינסופית הבאה:

האיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{1}{2^n}$ והוא הולך וגדל כאשר n הולך וגדל ולכן ייתכן שסכום כל הסדרה הוא מס' סופי של איברים. הביטוי הזה שואף לאפס כאשר n שואף לאינסוף.

הסכום של סדרה הנדסית אינסופית שבה $-1 < q < 1$ הוא: $S = \frac{a_1}{1-q}$

בסדרה הנדסית שהמנה שלה q היא שבר ($-1 < q < 1, q \neq 0$) קיים גבול אליו שואף סכום האיברים הראשונים כאשר n שואף לאינסוף וגבול זה, הנקרא סכום הסדרה, הוא $\frac{a_1}{1-q}$.

אם $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ היא סדרת הסכומים החלקיים של טור הנדסי אינסופי מתכנס אז איברי סדרה זו שואפים ל- $\frac{a_1}{1-q}$ כאשר n שואף לאינסוף.

סדרות הנדסיות המתקבלות מסדרה הנדסית אינסופית נתונה

(1) נהפוך את הסימנים של כל האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה הנתונה נקבל את הסדרה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$ האיבר הראשון בסדרה זו הוא a_1 והמנה היא -

$$q. \text{ לכן הסכום שלה הוא: } S = \frac{a_1}{1+q}$$

(2) נשאיר בסדרה הנתונה רק את האיברים שבמקומות האי זוגיים. נקבל את הסדרה: a_1, a_3, a_5, \dots האיבר הראשון בסדרה זו הוא a_1 והמנה היא q^2 . לכן הסכום שלה הוא:

$$S = \frac{a_1}{1-q^2}$$

(3) נשאיר בסדרה הנתונה רק את האיברים במקומות הזוגיים, נקבל את הסדרה: a_2, a_4, a_6, \dots האיבר הראשון בסדרה זו הוא a_2 והמנה היא q^2 . לכן הסכום שלה הוא:

$$S = \frac{a_1 q}{1-q^2}$$

(4) נחבר כל שני איברים סמוכים של הסדרה הנתונה, נקבל את הסדרה: $a_1+a_2, a_2+a_3, a_3+a_4, \dots$ האיבר הראשון בסדרה זו הוא a_1+a_2 והמנה היא q . לכן הסכום הוא: $S =$

$$\frac{a_1+a_1q}{1-q}$$

(5) נעלה בריבוע את כל איברי הסדרה הנתונה, נקבל את הסדרה: $a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, \dots$
 האיבר הראשון בסדרה זו הוא a_1^2 והמנה היא q^2 . לכן הסכום שלה הוא: $S = \frac{a_1^2}{1-q^2}$

(6) נכפול כל שני איברים סמוכים של הסדרה הנתונה, נקבל את הסדרה:
 $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots$ האיבר הראשון בסדרה זו הוא $a_1 \cdot a_2$ והמנה היא q^2 . לכן

$$S = \frac{a_1^2 q}{1-q^2}$$

✓ (43)

חשב את הסכום של הסדרה ההנדסית האינסופית היורדת:

$$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

✓ (44)

חשב את הסכום של הסדרה ההנדסית האינסופית היורדת:

$$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

✓ (45)

הסכום של סדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 40.

מצא את האיבר הראשון

אם מנת הסדרה היא 0.5.

✓ (46)

הסכום של סדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 54.

מצא את מנת הסדרה אם האיבר הראשון הוא 18.

✓ (47)

בטור הנדסי אינסופי שהמנה שלו בין 1 ל-1 וסכומו 32,

סכום ארבעת האיברים הראשונים הוא 30.

מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה

✓ (48)

נתונה סדרה הנדסית אינסופית: $288, 216, 162, \dots$

חשב את סכום כל איברי הסדרה החל מהאיבר השלישי.

(49) ✓

הסכום של סדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 72.

סכום האיברים שבמקומות האי-זוגיים הוא 48.

מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה

(50) ✓

האיבר הראשון של טור גיאומטרי אינסופי יורד הוא 14. סכום כל האיברים במקומות הזוגיים

הוא 24. מצא את סכום כל האיברים במקומות האי זוגיים.

(51) ✓

סכום סדרה הנדסית אינסופית יורדת גדולה פי 5 מסכום האיברים במקומות הזוגיים. מצא פי

כמה גדול סכום הסדרה מסכום האיברים במקומות האי זוגיים.

(52)

סכום סדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 3 וסכום ריבועי איבריה הוא 1. מצא את המנה ואת

האיבר הראשון של הסדרה הנ"ל.

(53) ✓

מסדרה הנדסית אינסופית a_1, a_2, a_3, \dots שהמנה שלה בין 1 ל 1- יצרו את הסדרה $a_1 + a_2 + a_3, \dots$

$a_3 + a_4 + a_5, a_5 + a_6 + a_7, \dots$ שסכומה גדול פי 1.9 מסכום הסדרה המקורית.

מצא את המנה של הסדרה המקורית.

(54)

חשב את סכום הסדרות ההנדסיות האינסופיות הבאות וקבל את התוצאות מימין:

$$2 - \sqrt{2} + 1 - \dots = 4 - 2\sqrt{2}$$

(55)

חשב את הסכומים משמאל (המורכבים משתי סדרות הנדסיות אינסופיות) וקבל את התוצאה

מימין:

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{1}{7^5} + \frac{2}{7^6} + \dots = \frac{3}{16}$$

(56)

א. הוכח: בסדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה q היא בין -1 ל 1 ($q \neq 0$) היחס בין כל איבר לסכום כל האיברים שאחריו הוא $\frac{1-q}{q}$

ב. נתון שהיחס הנ"ל הוא k . הבע באמצעות k את היחס בין סכום הסדרה לאיבר הראשון.

(57)

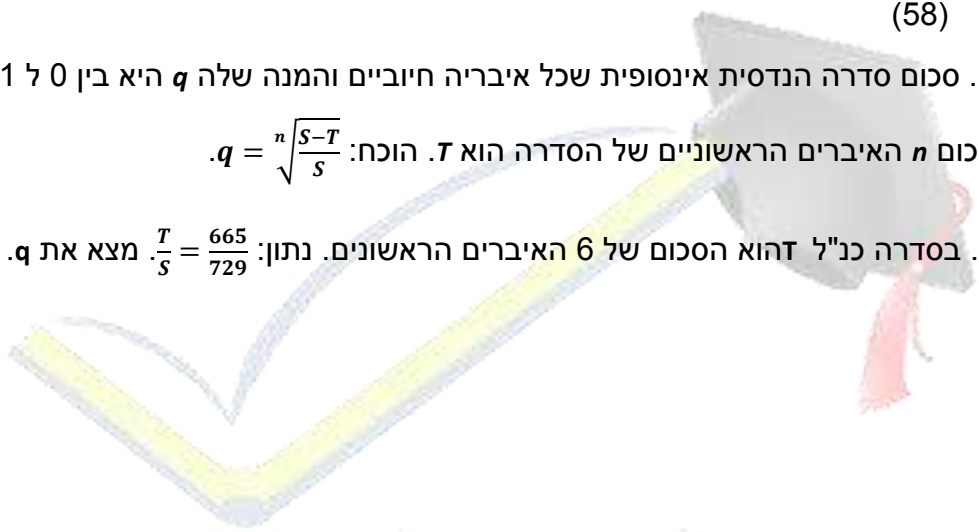
נתונים M טורים הנדסיים אינסופיים יורדים שהאיברים הראשונים שלהם הם בהתאמה $1, 2, 3, 4, \dots, n$ והמנות הן בהתאמה $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n+1}$. מצא את M אם סכום כל הטורים הוא 135 .

(58)

א. סכום סדרה הנדסית אינסופית שכל איבריה חיוביים והמנה שלה q היא בין 0 ל 1 . הוא S .

סכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא T . הוכח: $q = \sqrt[n]{\frac{S-T}{S}}$.

ב. בסדרה כנ"ל זהו הסכום של 6 האיברים הראשונים. נתון: $\frac{T}{S} = \frac{665}{729}$. מצא את q .



openbook
המרכז לקידום אקדמי