

בעיות הספק

806

אם פועל מסיים את עבודתו ב- 5 שעות
כל שעה הפועל מבצע חמישית מהעבודה.



הזמן שהושקע בעבודה

הזמן שנדרש לביצוע העבודה כולה

=

חלק העבודה שנעשה

אם פועל מסיים את עבודתו ב- 5 שעות

<=

כל שעה הפועל מבצע חמישית מהעבודה.

כעבור t שעות, ביצע הפועל $t \cdot 1/5$ מהעבודה

הספק: חלק העבודה המבוצע ביחידת זמן אחת (עבודה חלקי זמן).

יחידת זמן יכולה להיות דקה, חצי דקה, חצי שעה, שעה, יום, ועוד.

הספק מעיד על קצב העבודה

למשל: אם כדי לסיים עבודה נדרשות 25 דקות,

$$\text{ההספק: } \frac{\text{עבודה}}{\text{דקה}} = \frac{1}{25}$$

מדי דקה אחת מתבצע $1/25$ מהעבודה

בבעיות הספק קיימים שלושה מרכיבים: הספק (קצב), עבודה, זמן

משמעות ההספק: מה בוצע ובכמה זמן.

הספק: כמות/חלק העבודה המבוצעת ליחידת זמן אחת (עבודה חלקי זמן).

מילה אחרת ל"הספק" היא "קצב". המושגים הספק וקצב הם זהים.

הכוונה היא להספק (קצב) קבוע.

כמות העבודה: חלק העבודה שהתבצע למעשה

זמן: מספר יחידות הזמן שהעבודה התבצעה.

✓ (1)

בריכה מלאה מכילה 600 מ'ק מיים

ברז אחד יכול למלא אותה לבדו ב- 24 שעות

ברז שני יכול למלא אותה ב- 40 שעות

בכמה שעות תתמלא הבריכה אם שני הצינורות ימלאו אותה יחד.

✓ (2)

במפעל להכנת כלי כתיבה יש 2 קבוצות.

קבוצה א' יכולה להכין k עטים ב- 40 דקות

קבוצה ב' יכולה להכין k עטים ב- 60 דקות

בכמה דקות יכולות שתי הקבוצות לסיים להכין k עטים?

נשאל

בדקה אחת מכינה קב' א' _____ עטים

בדקה אחת מכינה קב' ב' _____ עטים

בדקה אחת מכינות שתי הקבוצות _____ עטים

בכמה דקות יכינו 2 הקבוצות ביחד k עטים? _____

מה המסקנה ?

שימו לב שא נפל, ולכן זה לא משנה מהי הכמות שאנו צריכים לסיים – מהי העבודה השלמה !

ולכן ניתן לקבוע שרירותית גודל 1

✓ (3)

פועל אחד יכול לגמור עבודה מסוימת לבדו במשך 24 שעות.
פועל שני יכול לגמור את אותה עבודה לבדו במשך 48 שעות.
בכמה שעות יגמרו שני הפועלים את העבודה כאשר יעבדו יחד?

שמנו לב בתרגילים הקודמים שא נפל, ולכן כדי שיהיה נוח יותר נבחר $K=1$

איזה חלק של העבודה עושה הפועל הראשון בשעה אחת? _____
איזה חלק של העבודה עושה הפועל השני בשעה אחת? _____
איזה חלק של העבודה עושים שני הפועלים בשעה אחת בשעה אחת? _____
נסמן T – מס' השעות שעליהם לעבוד יחד כדי לסיים את העבודה
בכמה שעות יגמרו שני הפועלים את העבודה כאשר יעבדו יחד? _____

✓ (4)

צינור א' יכול לרוקן לבדו בריכה ב- 6 שעות.
צינור ב' יכול למלא לבדו בריכה ב- 18 שעות.
ב-8:00 נפתח צינור ב' וכעבור 3 שעות נפתח צינור א' המרוקן .
באיזו שעה תתרוקן הבריכה.

✓ (5)

שני ברזים יכולים למלא בריכה כאשר הם עובדים יחד במשך 8 שעות
ברז א' ממלא $\frac{1}{3}$ מהבריכה בשעתיים פחות מאשר ברז ב' ממלא $\frac{1}{4}$ מהבריכה.
בכמה שעות יכול כל אחד מהברזים למלא את הבריכה לבדו

✓ (6)

שתי מורות בודקות מבחנים שכבתיים.
ידוע כי המורה הראשונה בודקת בכל שעה 5 מבחנים יותר מהמורה השנייה.
ביום מסוים המורה הראשונה בדקה מבחנים במשך 4 שעות
והמורה השנייה בדקה מבחנים במשך 5 שעות.
התברר שהמורה הראשונה בדקה 13 מבחנים יותר מהמורה השנייה.
כמה מבחנים בדקה כל מורה בכל שעה?

פתרון: מורה א בדקה 12 מבחנים בשעה, מורה ב בדקה 7 מבחנים בשעה.

✓ (7)

שני פועלים צריכים לייצר יחד בסך הכל 240 מוצרים.
הפועל הראשון מייצר 32 מוצרים בשעה.
הפועל השני מתחיל את עבודתו חצי שעה אחרי הפועל הראשון ומייצר 24 מוצרים בשעה.
כמה זמן לאחר שהפועל הראשון התחיל לעבוד סיימו השניים את העבודה?

פתרון: לאחר 4.5 שעות הם סיימו שניהם את העבודה.

✓ (8)

שני פועלים מתחילים לעבוד בשעה 06:00 בוקר כדי לייצר יחד 100 חלקי חילוף.
עד השעה 08:00 בבוקר הם לא סיימו ונותר להם 30 חלקים להכין.
מצא כמה חלקים מכין כל פועל בשעה, אם ידוע שמספר החלקים שהפועל הראשון מכין בכל שעה קטן ב- 25% ממספר החלקים שהפועל השני מכין בכל שעה.

פתרון: הפועל ה-1 ייצר 15 חלקים בשעה, הפועל ה-2 ייצר 20 חלקים בשעה.

✓ (9)

פועל צריך לייצר 1,120 חלקים.
לאחר שייצר מחצית מכמות החלקים הגביר את קצב עבודתו ב- $\frac{1}{6}$ לעומת הקצב הקודם.
זמן העבודה הכולל של הפועל 13 שעות.
כמה חלקים ייצר הפועל בשעה הראשונה לעבודתו?
פתרון: 80 חלקים.

✓ (10)

כל אחד משני פועלים צריך לייצר סך הכל 90 כסאות.
הפועל הראשון ייצר 40 כסאות בקצב מסוים ואת 50 הכסאות שנותרו ייצר בקצב המהיר ב- 5 כסאות לשעה מהקצב הקודם.
הפועל השני ייצר את כל 90 הכסאות בקצב המהיר פי- 1.8 מהקצב שבו ייצר הפועל הראשון את 50 הכסאות.
הפועל השני סיים את עבודתו שעתיים לפני הפועל הראשון.
כמה כסאות ייצר הפועל השני בכל שעה?

פתרון: 45 כסאות.



(11)

פועל מכין 560 חלקים בקצב מסוים.

לאחר מכן העובד מכין 384 חלקים נוספים בקצב הגבוה ב- 8 חלקים בשעה מהקצב המסוים.
ההספק הממוצע של הפועל היה 59 חלקים בשעה.
כמה חלקים בשעה הכין הפועל לפי הקצב המסוים?

פתרון: 56 חלקים.



(12)

2 מורות בודקות כמות זהה של מבחנים.

המורה הראשונה סיימה לבדוק את המבחנים ב-4 שעות פחות מהמורה השנייה.
ידוע שהמורה הראשונה בודקת בשעתיים כמות זהה של מבחנים שהמורה השנייה בודקת ב-3 שעות.
בתוך כמה שעות בדק כל מורה את המבחנים?

פתרון: המורה הראשונה ב- 8 שעות והמורה השנייה ב 12 שעות.



(13)

צינור אחד ממלא בריכה לבדו בתוך 24 שעות.

צינור שני ממלא לבדו את אותה בריכה בתוך 40 שעות.
מצא בתוך כמה שעות תתמלא הבריכה אם שני הצינורות ימלאו אותה יחד.
פתרון: 15 שעות.



(14)

צינור אחד נפתח בשעה 7:00 והתחיל למלא בריכה.

בשעה 11:00 נפתח צינור שני וגם הוא מילא את הבריכה.

שני הצינורות סיימו למלא את כל הבריכה בשעה 16:00. ידוע שהצינור הראשון יכול למלא את הבריכה לבדו ב- 8 שעות פחות מהצינור השני.

א. בכמה שעות כל צינור יכול למלא את הבריכה לבדו?

ב. אם שני הצינורות ממלאים את הבריכה ביחד מהשעה 8:00. באיזו שעה התמלאה הבריכה?

פתרון: א. צינור 1 | 12 שעות, צינור 2 | 20 שעות. ב. בשעה 15:30



(15)

בשעה 8:00 התחיל פועל בעבודה מסוימת שאותה הוא מסיים לבדו ב- 10 שעות.
בשעה 9:00 הצטרף פועל שני, שיכול לסיים את העבודה לבדו ב- 8 שעות.
מצא באיזו שעה תסתיים העבודה.

פתרון: 13:00



(16)

שני צינורות יכולים למלא בריכה כאשר הצינור הראשון פתוח במשך 12 שעות והצינור השני פתוח במשך 8 שעות.
יום אחד הצינור הראשון היה פתוח 6 שעות והצינור השני היה פתוח 8 שעות ואז מילאו שני הצינורות ביחד $\frac{2}{3}$ בריכה.
בתוך כמה שעות יכול כל אחד מהצינורות למלא את הבריכה לבדו?

פתרון: צינור א' ממלא את הבריכה לבדו ב 18 שעות, צינור ב' ממלא את הבריכה לבדו ב- 24 שעות



(17)

שתי קבוצות פועלים, I ו-II, עבדו בסלילת כביש. בשלב הראשון עבדו שתי הקבוצות יחד 6 ימים.
בשלב השני עבדה רק הקבוצה ה-II לבדה 6 ימים נוספים. בשני השלבים יחד נסללו 75% מהכביש.
ידוע כי אילו היו שתי הקבוצות עובדות יחד, הן היו מסיימות את סלילת הכביש ב- 12 ימים (הספק קבוע לקבוצות).
אם קבוצה I התחילה את עבודתה לבדה ולאחר 6 ימים הייתה מצטרפת אליה קבוצה II, מצא כמה ימים לאחר הצטרפות קבוצה II, היו הקבוצות מסיימות את העבודה.

פתרון: 9 ימים.

(18)

בגרות חורף 2010

שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של בריכה במשך 6 שעות (קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה).

יום אחד, צינור I מילא לבדו רבע מנפח הבריכה, וצינור II מילא לבדו עוד רבע מנפח הבריכה, וכך התמלא חצי מנפח הבריכה במשך m שעות.

א. (1) הבע באמצעות m את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הבריכה לבדו.

(2) מצא עבור איזה ערך של m יש פתרון אחד לבעיה.

ב. נתון כי כאשר כמות המים בבריכה היא 70% מנפח הבריכה, צינור I ממלא לבד את נפח הבריכה הנותר במשך 3 שעות.

מצא את m במקרה זה.

פתרון: א. (1) $2m \pm 2\sqrt{m^2 - 6m}$ שעות. (2) $m=6$. ב. $m = 6.25$ שעות.

(19)

בגרות קיץ מועד א' 2011

במפעל לייצור מחשבונים עובדים פועלים ותיקים ופועלים חדשים.

פועל ותיק ופועל חדש התבקשו להרכיב מחשבונים.

לו פועל ותיק היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד חדש לבצע לבד עבודה זו, ופועל חדש היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד ותיק לבצע לבד עבודה זו, אז יחד הם היו מבצעים $\frac{13}{18}$ מעבודה זו.

פועל ותיק מבצע לבד את העבודה במספר שעות קטן יותר מזה הדרוש לפועל חדש.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבונים בשעה.

בצוות עבודה יש פועל אחד חדש ושני פועלים ותיקים.

מצא בכמה שעות הצוות מרכיב 168 מחשבונים.

פתרון: א. פועל חדש יבצע את העבודה בזמן הגדול פי 1.5 מפועל ותיק. ב. הצוות מרכיב 168 מחשבונים במשך 7 שעות



(20)

בגרות קיץ מועד א' 2013

פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף. שני הפועלים מבצעים יחד עבודה מסוימת. קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של פועל II. אם כל אחד מהפועלים יגביר את קצב העבודה הרגיל שלו ב- 50%, ההפרש בין זמן העבודה של שני הפועלים יחד בקצב הרגיל ובין זמן העבודה שלהם יחד בקצב המוגבר יהיה $\frac{2}{15}$ מהזמן שנדרש לפועל I לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו.

א. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה ובין הזמן שבו פועל II מבצע לבד עבודה זו.

ב. העבודה ששני הפועלים מבצעים יחד היא הכנה של 300 חלקי חילוף. הפועלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב-6 ימים. כמה חלקי חילוף ביום מכין לבד פועל I בקצב הרגיל שלו?

פתרון: א. היחס הוא 3:2 ב. פועל I מכין 20 חלקי חילוף בקצב העבודה הרגיל שלו.



(21)

בגרות קיץ מועד ב' 2013

ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב- 12 שעות. אם ראובן חופר לבד $\frac{1}{3}$ מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו שמעון חופר לבד את יתר התעלה, החפירה מסתיימת כעבור $\frac{1}{3}$ 23 שעות. כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות? התעלות זהות לתעלה הנתונה.

הספקי העבודה של שמעון ושל ראובן אינם משתנים.

פתרון: 3 תעלות



(22)

מועד ג 2014

שני פועלים, פועל א ופועל ב, מתקנים כביש. ההספק של כל אחד משני הפועלים קבוע. ביום הראשון עבד פועל א לבד 4 שעות, ואז הצטרף אליו פועל ב, והם עבדו יחד עוד 3 שעות. התברר כי ביום הראשון ביצעו הפועלים סך הכל 60% מהתיקון כולו. ביום השני עבדו הפועלים יחד כל הזמן כך שסך הכול בשני ימי העבודה ביצע כל אחד מהפועלים בדיוק מחצית מהתיקון כולו. מצא כמה שעות עבדו הפועלים יחד ביום השני.

פתרון: 3 שעות.



(23)

חורף 2015

צבעים ותיקים וצבעים מתלמדים צריכים לצבוע מספר מסוים של דלתות. צבע אחד ותיק ו-2 צבעים מתלמדים יסיימו את הצביעה בזמן הארוך ב- 25% מהזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד. לכל צבע ותיק אותו קצב עבודה בלתי משתנה, ולכל צבע מתלמד אותו קצב עבודה בלתי משתנה. (צבע ותיק עובד מהר יותר מצבע מתלמד). א. מצא את היחס בין הזמן שצבע מתלמד יסיים לבדו את צביעת הדלתות לבין הזמן שצבע ותיק יסיים לבדו את צביעת הדלתות. ב. מצא כמה צבעים מתלמדים צריכים לעבוד עם צבע אחד ותיק, כדי שהם יסיימו את צביעת הדלתות במשך אותו הזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.

פתרון: א. היחס הוא 2:1 ב. $\frac{x}{y} = 2$