

## תלמידים יקרים

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **טריגונומטריה של המישור**, המהווה חלק קטן ממערך גדול של חומר עזר לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.  
באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

### סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר.

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל [info@OpenBook.co.il](mailto:info@OpenBook.co.il)

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

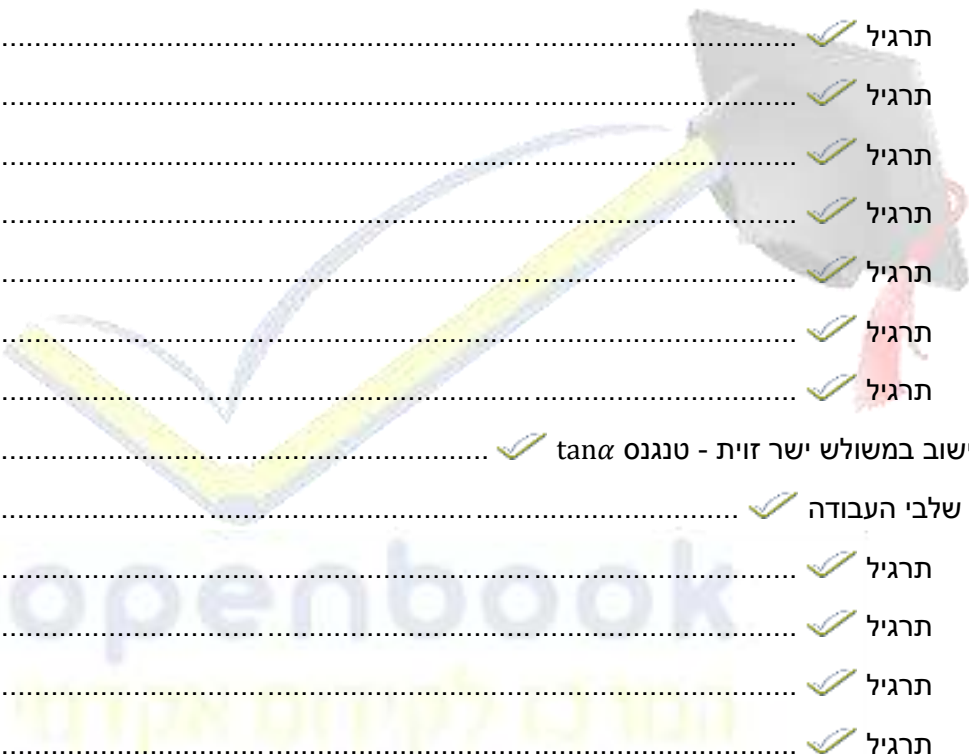
**המרכז לקידום אקדמי OpenBook.**

**רוית הלפנבאום**

# תוכן עניינים

7.....	טריגונומטריה במישור
7.....	מבוא
7.....	זווית ✓
7.....	איך מסמנים זווית? ✓
7.....	זווית שטוחה ✓
7.....	זווית צמודות ✓
8.....	זווית ישרה – ישרים מאונכים/ניצבים ✓
8.....	זווית המלבן ✓
8.....	זווית חדה ✓
9.....	זווית קהה ✓
9.....	חוצה זווית ✓
9.....	זוויות צמודות/סמוכות ✓
10.....	זוויות קודקודיות ✓
11.....	משפחת המשולשים ✓
11.....	מיון המשולשים לפי הצלעות ✓
12.....	מיון המשולשים לפי הזוויות ✓
12.....	חוצה זווית במשולש ✓
12.....	תיכון במשולש ✓
13.....	גובה במשולש ✓
13.....	גבהים במשולש שונים ✓
14.....	לסיכום ✓
14.....	היקף משולש ✓
15.....	שטח משולש ✓
16.....	משפט פיתגורס ✓
20.....	חישוב במשולש ישר זווית - סינוס $\sin \alpha$ ✓
20.....	שלבי העבודה ✓
21.....	תרגיל ✓
21.....	תרגיל ✓
21.....	תרגיל ✓
21.....	תרגיל ✓

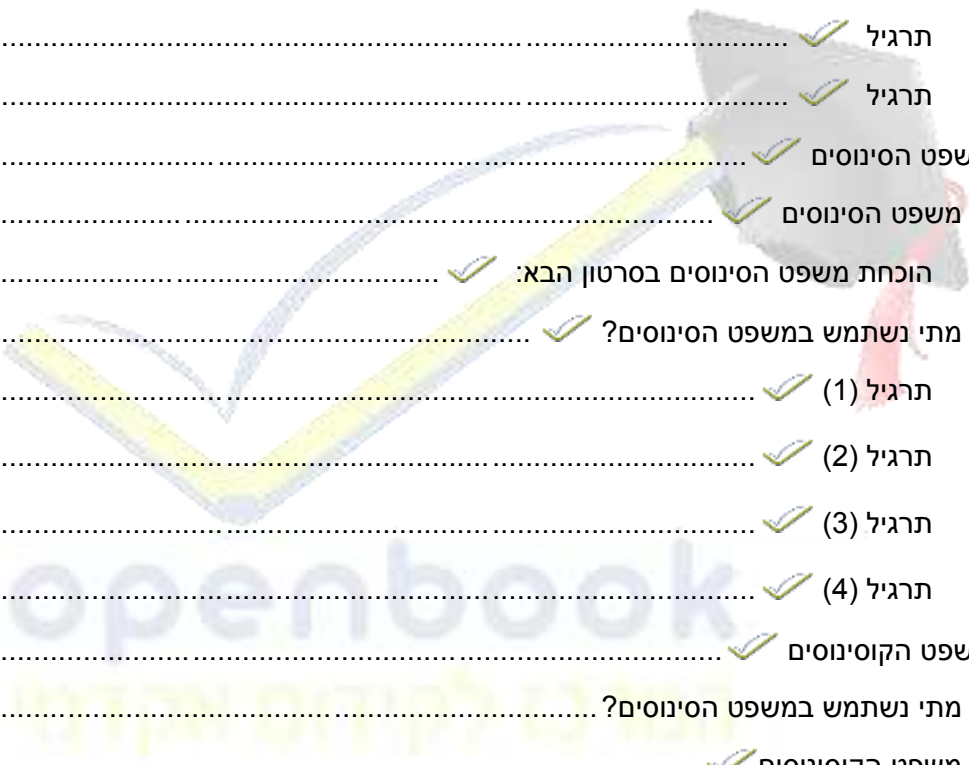
- 21..... ✓ תרגיל
- 21..... ✓ תרגיל
- 22..... ✓ תרגיל
- 22..... ✓ תרגיל
- 22..... ✓ תרגיל
- 22..... ✓ תרגיל
- 23..... ✓ חישוב במשולש ישר זווית - קוסינוס  $\cos \alpha$
- 23..... ✓ שלבי העבודה
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 24..... ✓ תרגיל
- 25..... ✓ תרגיל
- 25..... ✓ תרגיל
- 26..... ✓ חישוב במשולש ישר זווית - טנגנס  $\tan \alpha$
- 26..... ✓ שלבי העבודה
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 27..... ✓ תרגיל
- 28..... ✓ תרגיל
- 28..... ✓ תרגיל
- 28..... ✓ תרגיל
- 28..... ✓ תרגיל
- 29..... ✓ תכונות משולש שווה שוקיים – משו"ש
- 29..... ✓ תרגיל
- 29..... ✓ תרגיל



29.....	✓ תרגיל משולש שווה צלעות
29.....	✓ תרגיל
30.....	✓ תרגיל
30.....	✓ תרגיל
32.....	✓ תרגיל
32.....	✓ תרגיל
33.....	✓ תרגיל
33.....	✓ תרגיל
34.....	✓ תרגיל
34.....	✓ תרגיל
35.....	✓ תרגיל
35.....	✓ תרגיל
36.....	✓ תרגיל
37.....	✓ תרגיל
37.....	✓ תרגיל
38.....	✓ תרגיל
38.....	✓ תרגיל
39.....	חישובים במרובע
39.....	✓ תרגיל
39.....	✓ תרגיל
39.....	✓ תרגיל
40.....	✓ תרגיל
40.....	✓ תרגיל
41.....	✓ תרגיל
41.....	✓ תרגיל
42.....	✓ תרגיל
42.....	✓ תרגיל
42.....	✓ תרגיל
43.....	✓ תרגיל
43.....	✓ תרגיל
44.....	✓ תרגיל



- 44..... ✓ תרגיל
- 45..... ✓ תרגיל
- 45..... ✓ תרגיל
- 46..... ✓ תרגיל
- 46..... ✓ תרגיל
- 47..... ✓ תרגיל
- 47..... ✓ תרגיל
- 48..... ✓ תרגיל
- 48..... ✓ תרגיל
- 49..... ✓ תרגיל
- 49..... ✓ תרגיל
- 51..... ✓ משפט הסינוסים
- 51..... ✓ משפט הסינוסים
- 51..... ✓ הוכחת משפט הסינוסים בסרטון הבא:
- 52..... ✓ מתי נשתמש במשפט הסינוסים?
- 52..... ✓ (1) תרגיל
- 52..... ✓ (2) תרגיל
- 52..... ✓ (3) תרגיל
- 52..... ✓ (4) תרגיל
- 53..... ✓ משפט הקוסינוסים
- 53..... מתי נשתמש במשפט הסינוסים?
- 53..... ✓ משפט הקוסינוסים
- 53..... ✓ מתי נשתמש במשפט הקוסינוסים?
- 54..... ✓ משפט הקוסינוסים מקרה פרטי
- 54..... ✓ הוכחת משפט הקוסינוסים
- 54..... ✓ נוסחה למציאת זווית בעזרת משפט הסינוסים.
- 54..... ✓ שני שימושים לנוסחה:
- 55..... ✓ (1) תרגיל
- 55..... ✓ (2) תרגיל
- 55..... ✓ (3) תרגיל
- 56..... ✓ (4) תרגיל



- 57..... ✓ משפט הסינוסים – במעוין – משפט הסינוסים. ✓
- 57..... ✓ 2014 חורף 804/481 שאלון מבגרות שאלה מספוט הסינוסים שאלה מבגרות שאלון 804/481 חורף 2014
- 2014 קיץ מועד א' 804/481 שאלון מבגרות שאלה במעגל שאלה מספוט הסינוסים במעגל שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד א' 2014
- 58..... ✓
- 804/481 שאלון מבגרות שאלה מספוט הסינוסים-חישוב שטחים טרפז ש"ש שאלה מבגרות שאלון 804/481
- 59..... ✓ 2014 קיץ מועד ב' 2014
- 2014 קיץ מועד ג' 804/481 שאלון מבגרות שאלה במעגל שאלה מספוט הסינוסים-במעגל שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד ג' 2014
- 59..... ✓
- 804/481 שאלון מבגרות שאלה מספוט הקוסינוסים+סינוסים- משולש ש"ש שאלה מבגרות שאלון 804/481
- 60..... חורף
- 60... ✓ 2015 קיץ מועד א' 804/481 שאלון מבגרות שאלה מספוט הסינוסים שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד א' 2015
- 61..... ✓ 804/481 שאלון 2018 חורף 2018 שאלון 804/481
- 61..... ✓ 804/481 שאלון 2018 קיץ מועד א' 2018 שאלון 804/481
- 62..... ✓ 804/481 שאלון 2018 קיץ מועד ב' 2018 שאלון 804/481
- 62..... ✓ 806/581 שאלון 2015 קיץ מועד א' 2015 שאלון 806/581

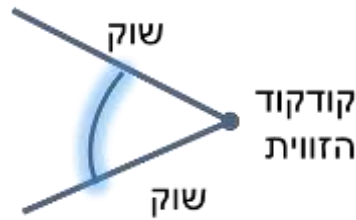


## טריגונומטריה במישור

### מבוא

#### זווית

צורה הנוצרת על ידי שתי קרניים היוצאות מנקודה משותפת אחת הנקודה ממנה יוצאות הקרניים נקראת **קדקוד הזווית**.  
הקרניים נקראות **שוקי הזווית**.



#### איך מסמנים זווית?

נסמן זוויות כך:

- א. על ידי שלוש אותיות לטיניות גדולות, וסימן  $\sphericalangle$  לפנין: האות האמצעית מציינת את קודקוד הזווית, ושתי האותיות האחרות הן נקודות על שוקי הזווית. בכתוב מתמטי:  $\sphericalangle BCA$
- ב. על ידי אות לטינית אחת גדולה, שמציינת את קודקוד הזווית. בכתוב מתמטי:  $\sphericalangle C$
- ג. על ידי מספרים המסומנים בתוך הזווית

בכתוב מתמטי:  $\sphericalangle C_1$  או  $\sphericalangle 1$

בכתוב מתמטי:  $\sphericalangle C_2$  או  $\sphericalangle 2$

ד. על ידי אותיות יווניות קטנות:

$\alpha$  (אלפא),  $\beta$  (ביתא),  $\gamma$  (גמא),  $\delta$  (דלתא), וכו'

במקרה זה אין לרשום את הסימן  $\sphericalangle$  לפני האותיות. נרשום  $\alpha$ , ולא  $\sphericalangle \alpha$ .

#### זווית שטוחה

זווית שטוחה – זווית ששתי הקרניים שלה יוצרות יחד ישר

זווית שטוחה שווה ל-  $180^\circ$



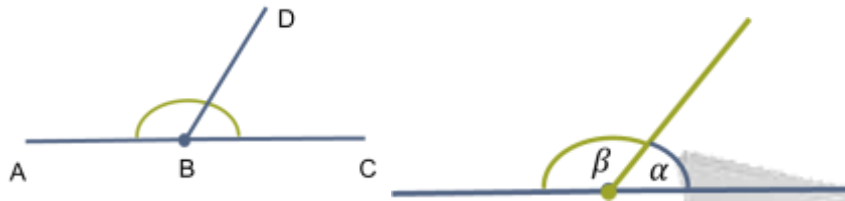
#### זוויות צמודות

זוויות צמודות - הן שתי זוויות בעלות קודקוד (B) ושוק (BD) משותפים ששוקיהן האחרות (AB, BC) נמצאות על אותו הישר בכיוונים מנוגדים.

אלו הן שתי זוויות היוצרות יחד זווית שטוחה.  
**זוויות צמודות** - הן שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותף,  
 ושתי השוקיים האחרות נמצאות על ישר אחד ובכיוונים מנוגדים.  
 אלו הן שתי זוויות היוצרות יחד זווית שטוחה.

**משפט:** סכום זוויות צמודות שווה ל-  $180^\circ$

$$\sphericalangle ABD + \sphericalangle DBC = 180^\circ$$



### ✓ זווית ישרה – ישרים מאונכים/ניצבים

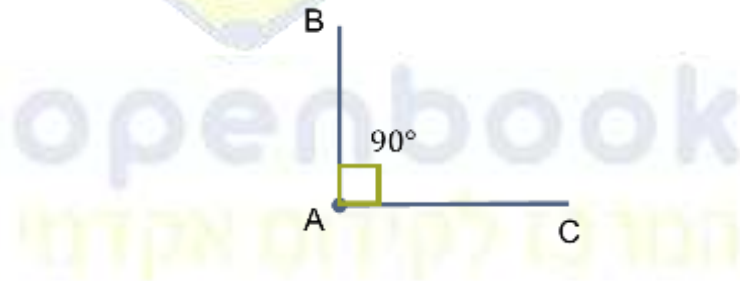
✓ מחצית מזווית שטוחה.

✓ זווית ישרה שווה ל-  $90^\circ$

✓ כל אחת מהזוויות מתקבלות כאשר חוצים זווית שטוחה.

**הסימון:**  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$

**סימון נוסף:**  $AB \perp AC$



### ✓ זוויות המלבן



למלבן 4 זוויות ישרות

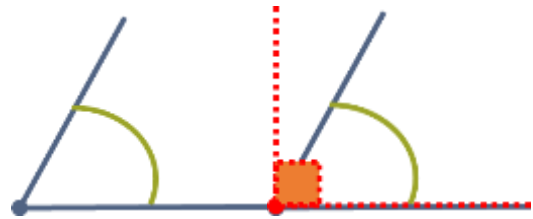
זווית ישרה – זווית בת  $90^\circ$ .

### ✓ זווית חדה

✓ זווית הקטנה מזווית ישרה.



זווית הקטנה ממש מ-  $90^\circ$  ✓



### זווית קהה ✓

זווית הגדולה מזווית ישרה. ✓

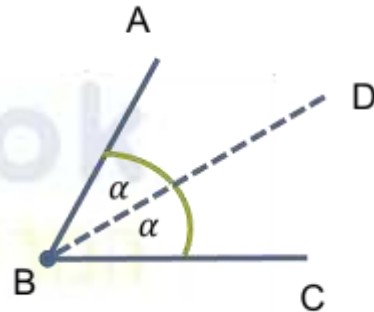
זווית הגדולה ממש מ-  $90^\circ$  וקטנה ממש מ-  $180^\circ$  ✓



### חוצה זווית ✓

קרן היוצאת מקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות שוות BD חוצה זווית  $\angle ABC$ . ✓

$$\angle ABD = \angle DBC \quad \checkmark$$



### זוויות צמודות/סמוכות ✓

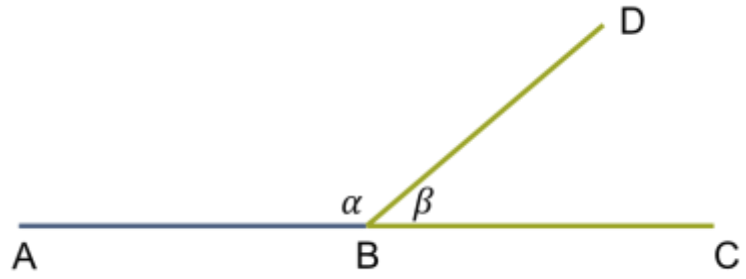
הן שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותף,

ושתי השוקיים האחרות נמצאות על ישר אחד ובכיוונים מנוגדים.

אלו הן שתי זוויות היוצרות יחד זווית שטוחה.

**מסקנה:** סכום זוויות צמודות/סמוכות שווה ל-  $180^\circ$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



✓ **זוויות קודקודיות**

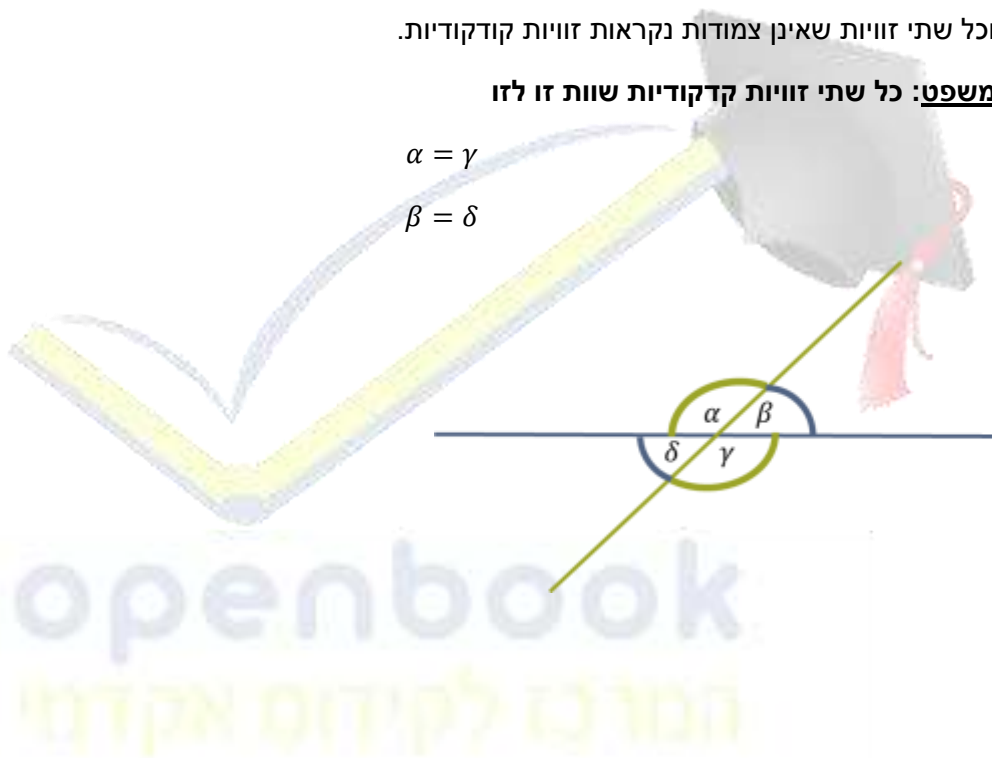
כששני ישרים נחתכים נוצרות ארבע זוויות.

וכל שתי זוויות שאינן צמודות נקראות זוויות קודקודיות.

**משפט:** כל שתי זוויות קודקודיות שוות זו לזו

$$\alpha = \gamma$$

$$\beta = \delta$$



## משפחת המשולשים

**משולש** הוא מצולע בעל שלוש צלעות.

למשולש **שלושה קודקודים** המסומנים באותיות לועזיות גדולות: A, B, C.

למשולש **שלוש צלעות** המסומנות באחת משתי הדרכים הבאות:

a, b, c כל צלע מסומנת על ידי אות לועזית קטנה, או:

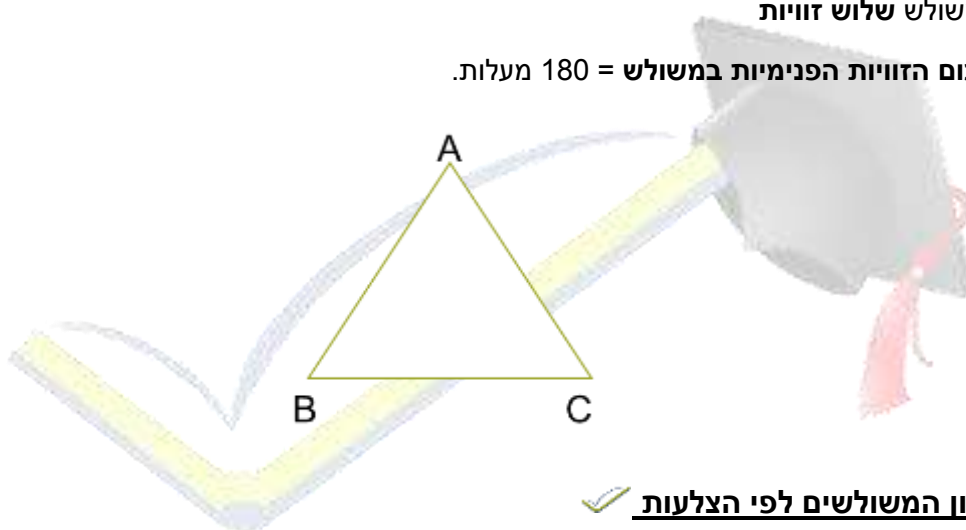
AB, AC, CB כל צלע מסומנת על ידי זוג אותיות לועזיות גדולות, בהתאם לקצוות של הצלע.

כלומר:  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $CB=a$ .

המשולש יסומן על ידי **הסימן**  $\Delta ABC$  (משולש שקודקודיו A, B ו-C)

למשולש **שלוש זוויות**

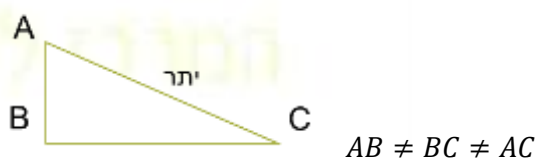
**סכום הזוויות הפנימיות במשולש** = 180 מעלות.



## מיון המשולשים לפי הצלעות

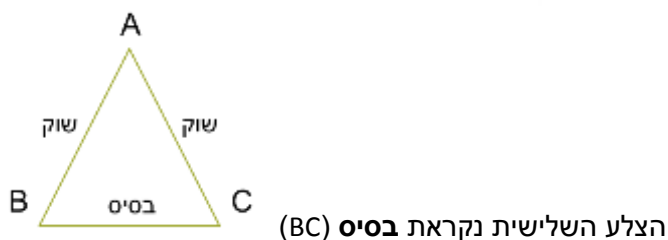
אם נסתכל על צלעות המשולשים נוכל לחלק את משפחת המשולשים בחלוקה לפי צלעות:

א. **משולש שונה צלעות** – משולש שכל צלעותיו שונות.

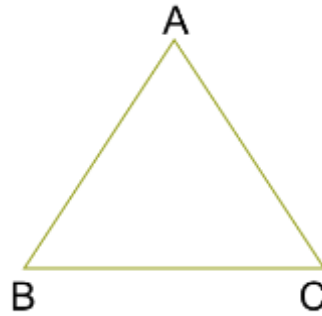


ב. **משולש שווה שוקיים** – משולש ששתיים מצלעותיו שוות.

הצלעות השוות נקראות **שוקיים** ( $AB=AC$ )



ג. **משולש שווה צלעות** – משולש שכל צלעותיו שוות.



$$AB=BC=AC$$

### ✓ מיון המשולשים לפי הזוויות

אם נסתכל על זוויות המשולשים נוכל לחלק את משפחת המשולשים בחלוקה לפי זוויות:



א. משולש חד זווית – משולש שכל זוויותיו חדות.

ב. משולש ישר זווית - משולש שאחת מזוויותיו ישרה:



ג. משולש קהה זווית - משולש שאחת מזוויותיו קהה

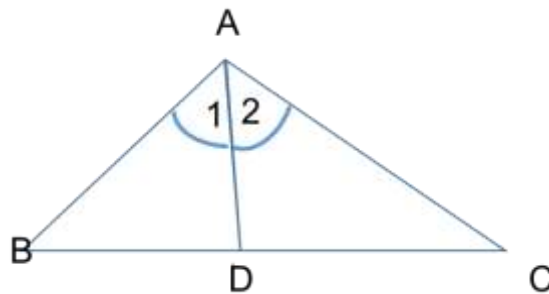


### ✓ חוצה זווית במשולש

חוצה זווית במשולש הוא קטע היוצא מקודקוד זווית המשולש ומחלק את הזווית לשתי זוויות שוות:

AD הוא חוצה זווית  $\sphericalangle BAC$ .

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$$



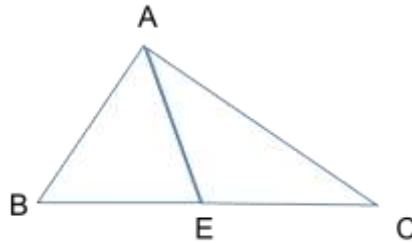
### ✓ תיכון במשולש

קטע המחבר את קודקוד המשולש עם אמצע הצלע שמולו:

AE הוא תיכון במשולש  $\triangle ABC$

$$BE = EC$$

שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת.

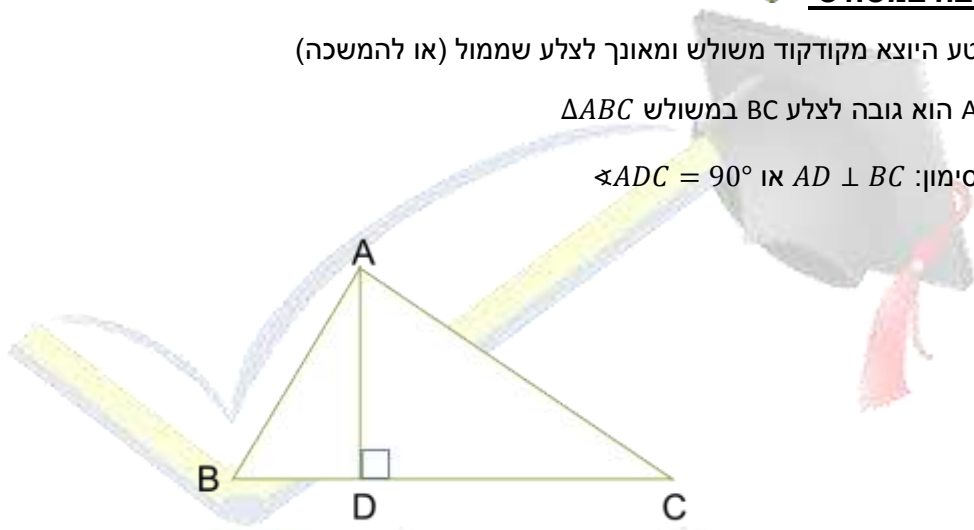


### ✓ גובה במשולש

קטע היוצא מקודקוד משולש ומאונך לצלע שממול (או להמשכה)

AD הוא גובה לצלע BC במשולש  $\triangle ABC$

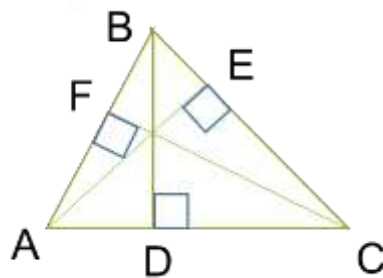
הסימון:  $AD \perp BC$  או  $\sphericalangle ADC = 90^\circ$



שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת.

### ✓ גבהים במשולש שונים

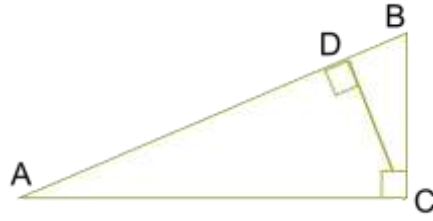
✓ במשולש חד זווית שלושת הגבהים נמצאים בתוך המשולש:



הגבהים BD, AE ו-CF נמצאים בתוך המשולש.

✓ במשולש ישר זווית שתי צלעות משתמשות גם כגבהים במשולש:

CD הוא גובה לצלע AB, והוא נמצא בתוך המשולש,



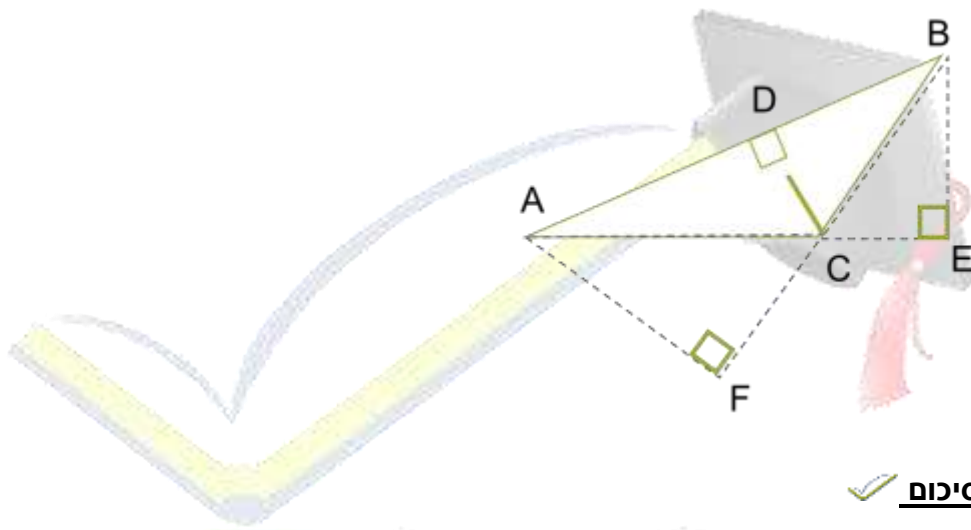
הצלע BC היא גובה לצלע AC, ולהפך.

במשולש קהה זווית שני גבהים נמצאים מחוץ למשולש:

CD הוא גובה לצלע AB, והוא בתוך המשולש,

BE הוא גובה לצלע AC, מאונך להמשכה ונמצא מחוץ למשולש,

AF הוא גובה לצלע BC, מאונך להמשכה ונמצא מחוץ למשולש.



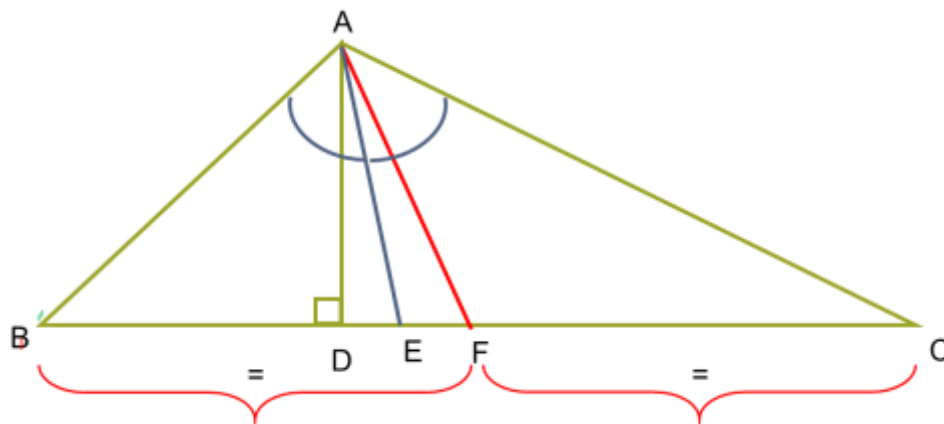
### לסיכום

ניתן לומר כי במשולש כללי קיימים שלושה קטעים מיוחדים:

AD הוא גובה לצלע BC, כלומר  $AD \perp BC$

AE הוא חוצה זווית  $\angle BAC$ , כלומר  $\angle BAE = \angle EAC$

AF הוא תיכון לצלע BC, כלומר  $FC = BF$



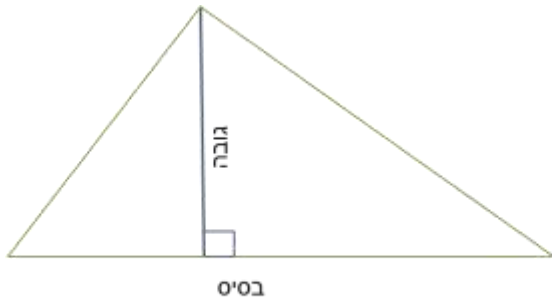
### היקף משולש

היקף משולש כללי, שנשמנו בעזרת האות p, הוא סכום אורכי שלושת צלעותיו.

## שטח משולש

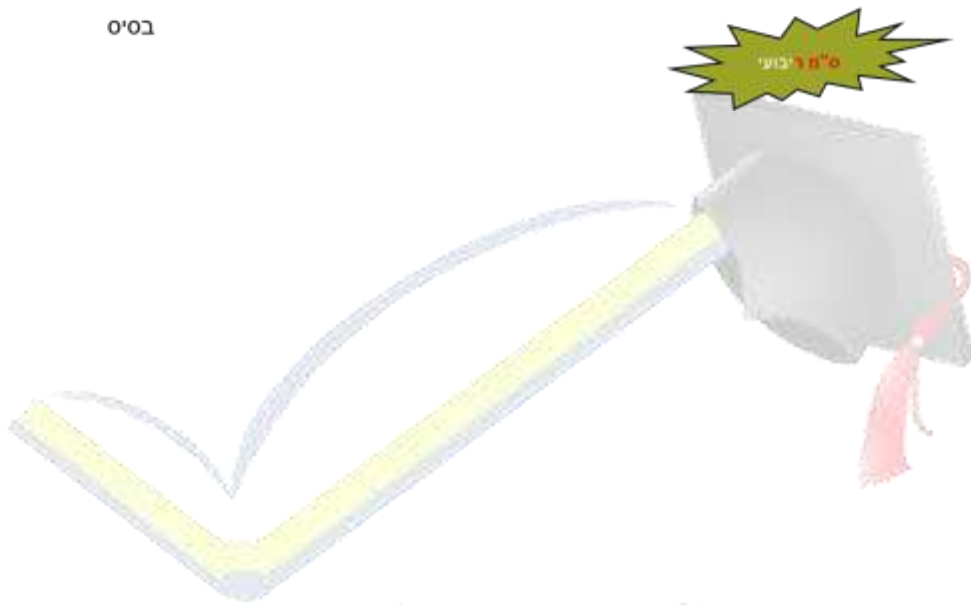
מחצית מכפלת צלע בגובה לאותה צלע

גובה במשולש הוא קו שיוצא ב-  $90^\circ$  מהקודקוד שמול הבסיס, אל הבסיס



$$S_{\Delta} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס}}{2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{2 \text{ ס"מ} \cdot 2 \text{ ס"מ}}{2} = 2 \text{ (סמ)} = 2 \text{ ס"מ}^2$$



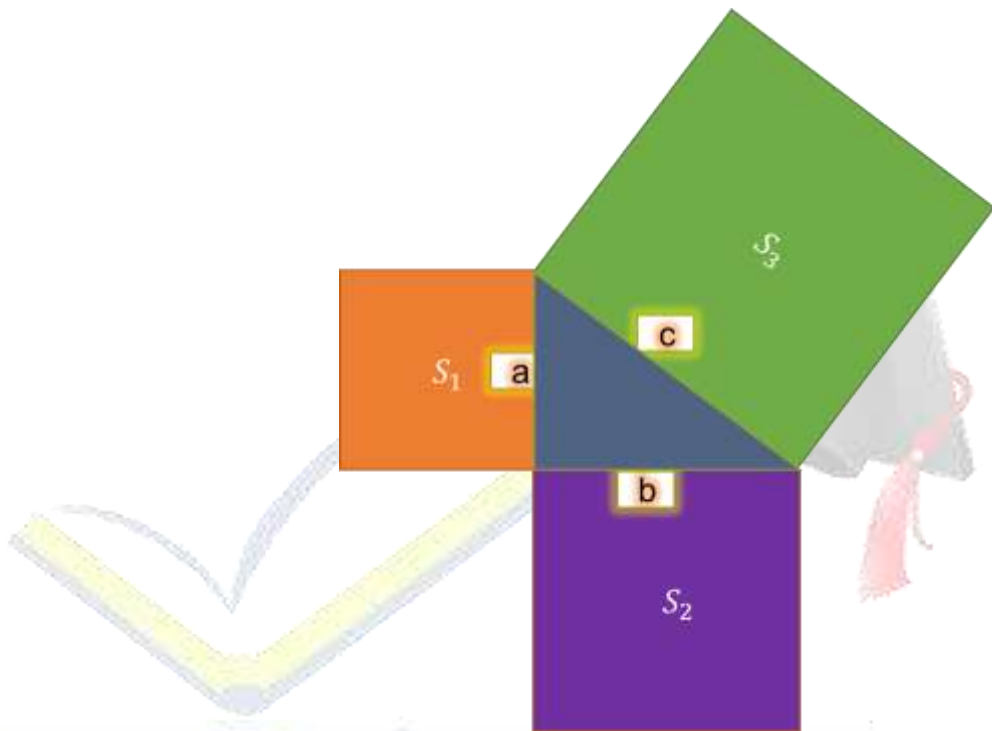
openbook  
המרכז לקידום אקדמי

## משפט פיתגורס

במשולש ישר זווית, שווה שטח הריבוע הבנוי על היתר לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים. אם נסמן את אורכי הניצבים של המשולש באותיות a ו-b. את אורך היתר - באות c.

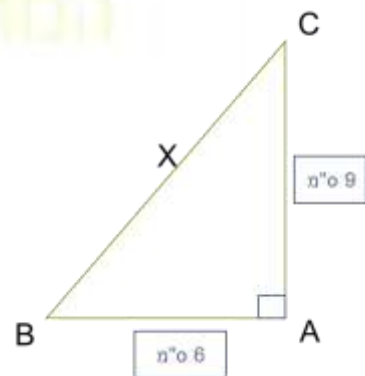
שטח הריבועים הוא  $S_1 = a^2$ ,  $S_2 = b^2$  ו-  $S_3 = c^2$

נוכל לטעון כי:  $a^2 + b^2 = c^2$

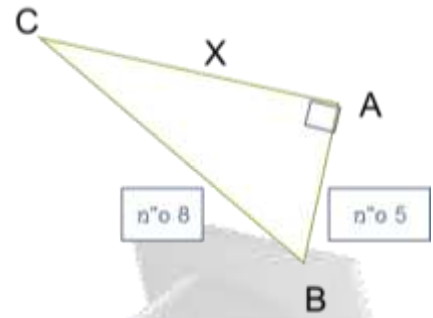
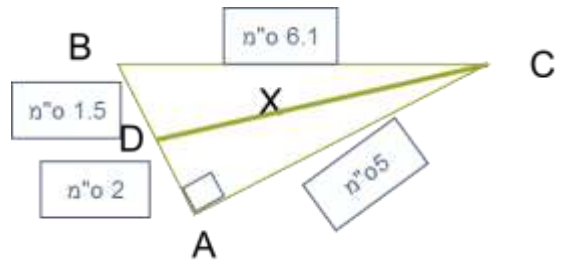


בכל משולש ישר זווית שווה ריבוע היתר לסכום ריבועי הניצבים  $a^2 + b^2 = c^2$

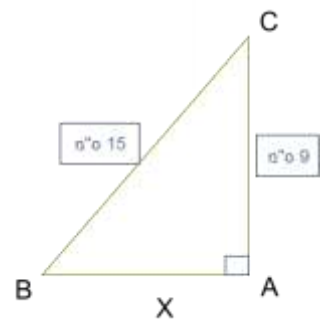
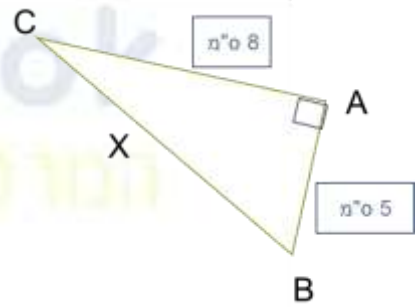
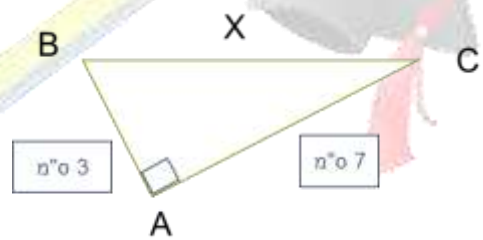
חשב את x במשולשים ישרי הזווית הבאים:



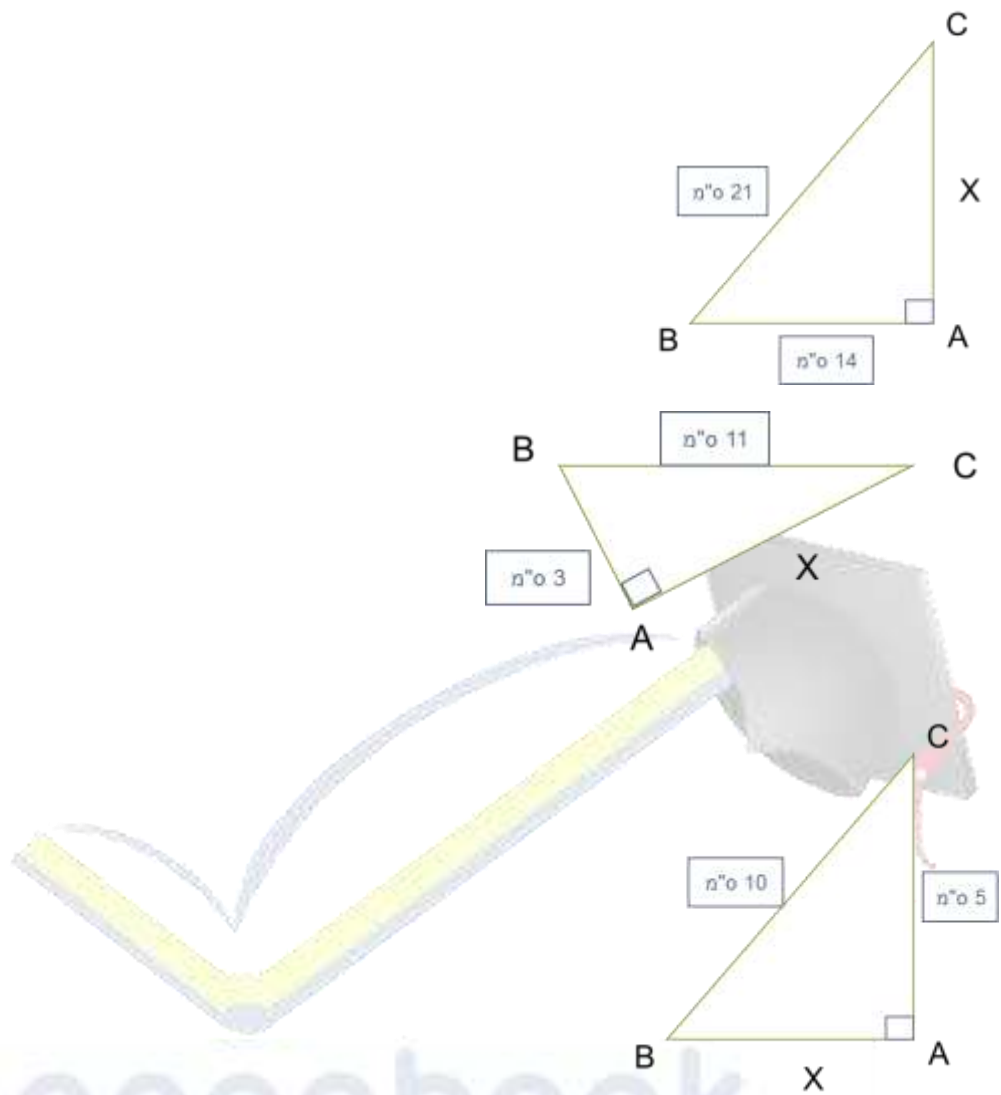




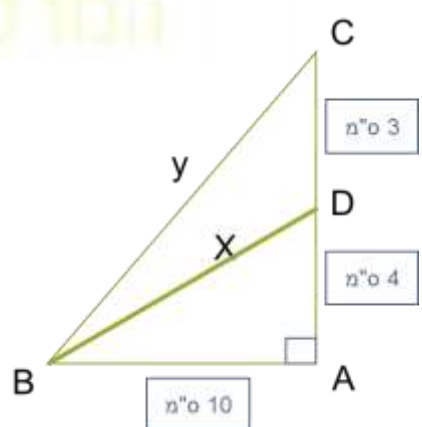
חשב את  $x$  במשולשים ישרי הזווית הבאים:

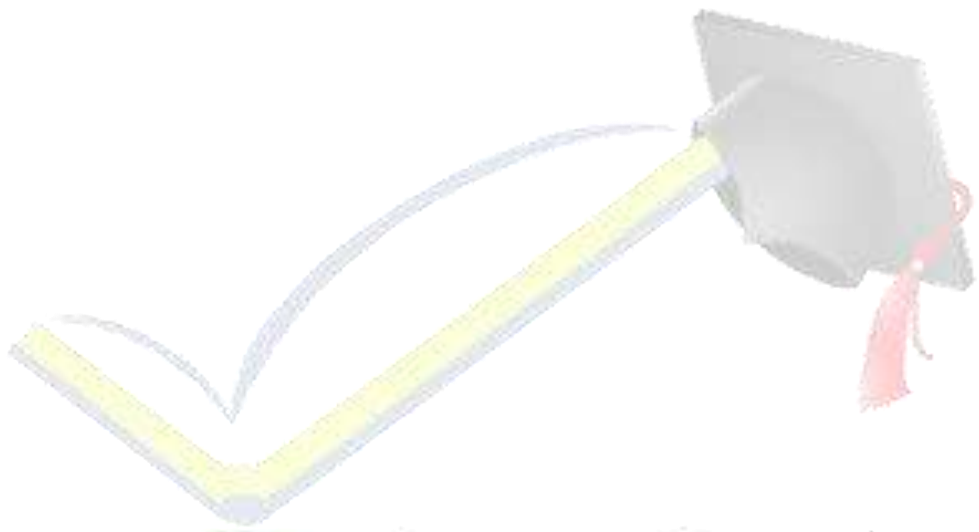
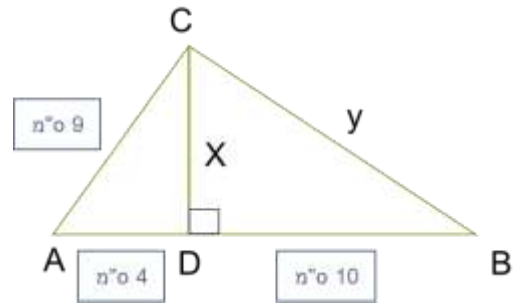


חשב את  $x$  במשולשים ישרי הזווית הבאים:



חשב את  $x$  במשולשים ישרי הזווית הבאים:





openbook  
 המרכז לקידום אקדמי

## ✓ חישוב במשולש ישר זווית - סינוס $\sin \alpha$

דוד "סמי"  $\sin \alpha =$

### ✓ שלבי העבודה

כותרת: איזה משולש אנו עובדים:  $\Delta$  \_\_\_\_\_

מה עלינו למצוא? \_\_\_\_\_ = ?

זיהוי בציור:

א. יתר (י), ב. ניצב ליד (ל), ג. ניצב מול (מ) נכתוב ליד כל צלע בציור הנתון

נוסחה והצבה: \_\_\_\_\_

סיום התרגיל: ס"מ \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ ונרשום את התשובה בציור.



openbook  
המרכז לקידום אקדמי



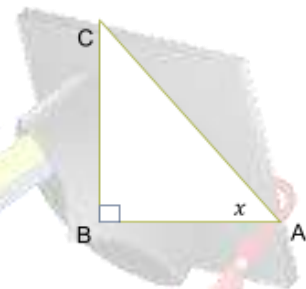
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 7 ס"מ, הניצב AB 2 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle ACB$



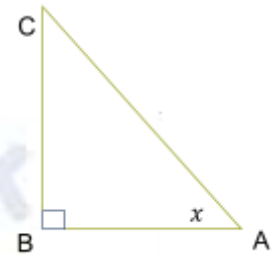
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 7 ס"מ, הניצב BC 4 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle CAB$



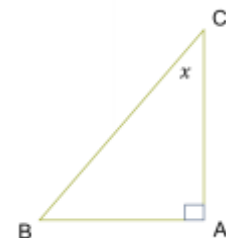
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 16 ס"מ, הניצב BC 5 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle CAB$



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (BC) 7 ס"מ, הניצב AB 1 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle BCA$



## ✓ חישוב במשולש ישר זווית - קוסינוס $\cos \alpha$

דודה "קלי" =  $\cos \alpha$

### ✓ שלבי העבודה

כותרת: איזה משולש אנו עובדים:  $\Delta$  \_\_\_\_\_

מה עלינו למצוא? \_\_\_\_\_ = ?

זיהוי בציור:

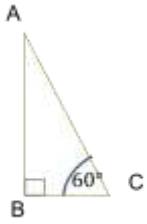
א. יתר (י), ב. ניצב ליד (ל), ג. ניצב מול (מ) נכתוב ליד כל צלע בציור הנתון

נוסחה והצבה: \_\_\_\_\_

סיום התרגיל: ס"מ \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ ונרשום את התשובה בציור.

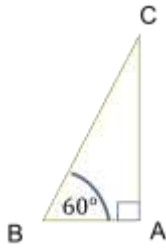


openbook  
המרכז לקידום אקדמי



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 5 ס"מ,  $\angle ACB = 60^\circ$ , צ"ל: BC

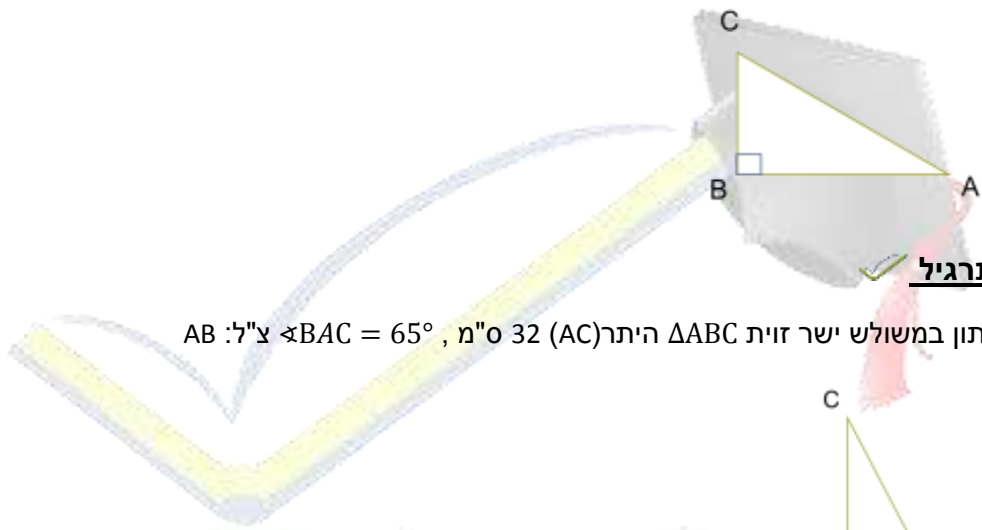


**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (BC) 7 ס"מ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , צ"ל: AB

**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (BC) 27 מטר,  $\angle BAC = 12^\circ$ , צ"ל: AB



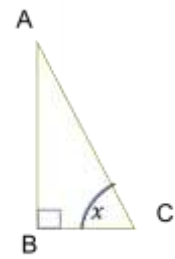
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 32 ס"מ,  $\angle BAC = 65^\circ$ , צ"ל: AB



**תרגיל**

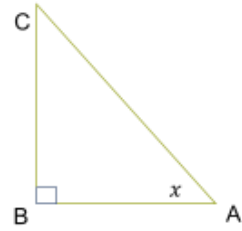
נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 7 ס"מ, הניצב BC 2 ס"מ. מצא את הזווית  $\angle ACB$



**תרגיל**

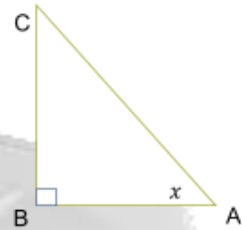
נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 7 ס"מ, הניצב AB 4 ס"מ. מצא את הזווית  $\angle CAB$





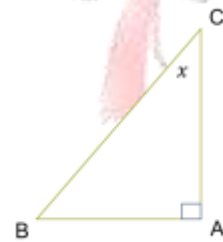
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (AC) 16 ס"מ, הניצב AB 5 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle CAB$



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  היתר (BC) 7 ס"מ, הניצב AC 1 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle BCA$



## ✓ חישוב במשולש ישר זווית - טנגנס $\tan \alpha$

דודה "טמל"  $\tan \alpha =$

### ✓ שלבי העבודה

כותרת: איזה משולש אנו עובדים:  $\Delta$  \_\_\_\_\_

מה עלינו למצוא? \_\_\_\_\_ = ?

זיהוי בציור:

א. יתר (י), ב. ניצב ליד (ל), ג. ניצב מול (מ) נכתוב ליד כל צלע בציור הנתון

נוסחה והצבה: \_\_\_\_\_

סיום התרגיל: ס"מ \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ ונרשום את התשובה בציור.

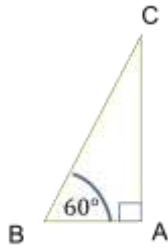


openbook  
המרכז לקידום אקדמי



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב BC 5 ס"מ.  $\angle ACB = 60^\circ$  צ"ל: AB

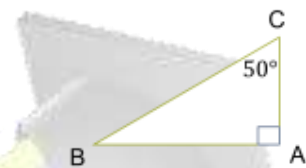


**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב AB 7 ס"מ,  $\angle ABC = 60^\circ$  צ"ל: AC

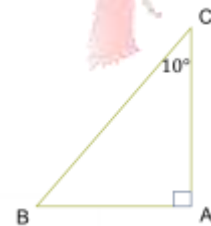
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב AC 6 ס"מ,  $\angle BCA = 50^\circ$  צ"ל: AB



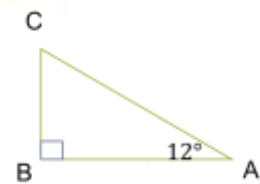
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב AC 40 ס"מ,  $\angle BCA = 10^\circ$  צ"ל: AB



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב AB 37 מטר, הזווית  $\angle CAB = 12^\circ$ . חשב את הניצב CB



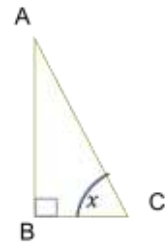
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\triangle ABC$  הניצב CB 32 ס"מ, הזווית  $\angle CAB = 65^\circ$ . חשב את הניצב AB



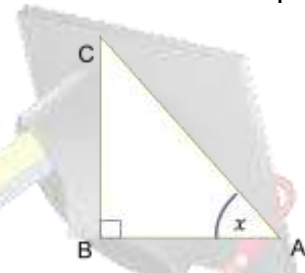
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  הניצב  $BC$  4 ס"מ, הניצב  $AB$  7 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle ACB$



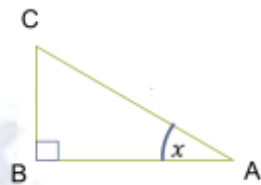
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  הניצב  $BC$  14 ס"מ, הניצב  $AB$  9 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle CAB$



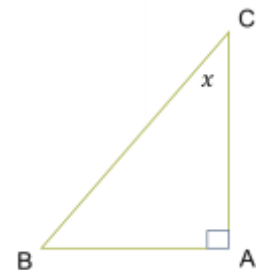
**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  הניצב  $BC$  5 ס"מ, הניצב  $AB$  16 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle CAB$



**תרגיל**

נתון במשולש ישר זווית  $\Delta ABC$  הניצב  $AC$  7 ס"מ, הניצב  $AB$  8 ס"מ. מצא את הזווית  $\sphericalangle BCA$



## ✓ תכונות משולש שווה שוקיים – משו"ש

✓ במשולש שווה שוקיים, שתי השוקיים שוות.

✓ במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות.

✓ הגובה במשו"ש מחלק את המשולש לשני חצאים שווים.

✓ הגובה במשו"ש מחלק את הבסיס לשני חצאים שווים.

לכן הגובה הוא גם תיכון

✓ הגובה במשו"ש מחלק את זווית הראש לשני חצאים שווים.

לכן במשו"ש הגובה הוא גם חוצה זווית הראש.

### ✓ תרגיל

במשולש שווה שוקיים אורך השוק 20 ס"מ, זווית הבסיס  $68^\circ$

א. מצא את הקטע DC.

ב. מצא את בסיס המשולש.

### ✓ תרגיל

במשולש שווה שוקיים אורך השוק 7 ס"מ, זווית הבסיס  $56^\circ$

א. מצא את בסיס המשולש

ב. מצא את היקף המשולש.

### ✓ תרגיל משולש שווה צלעות

במשולש שווה צלעות אורך הצלע 18 ס"מ. חשבו את:

א. אורך חוצה הזווית.

ב. שטח המשולש

### ✓ תרגיל

במשולש ABC אורך הגובה AH הוא 13 ס"מ. הזווית בין הצלע AB לגובה AH היא בת 23 מעלות.

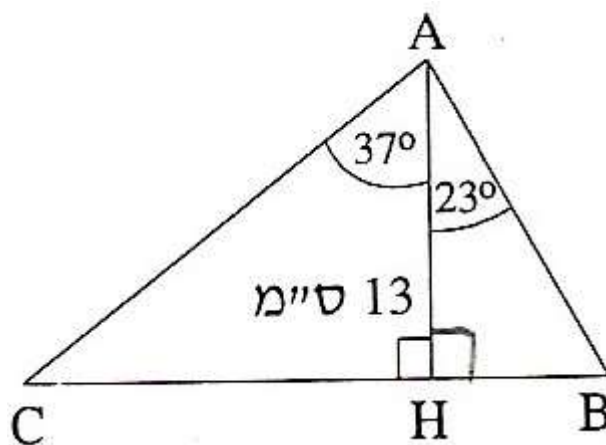
הזווית בין הצלע AC לגובה AH היא בת 37 מעלות (ראו סרטוט).

1. חשבו את אורך הצלע AB.

2. חשבו את אורך הצלע AC.

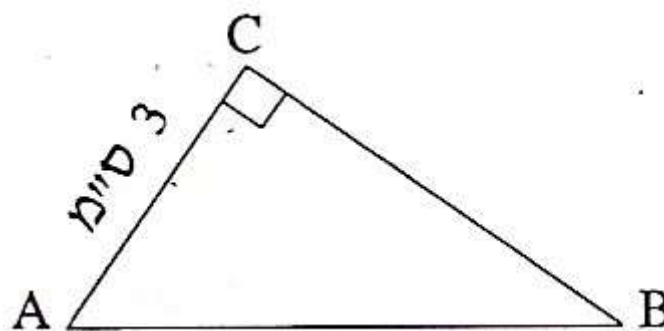
3. חשבו את אורך הצלע BC.

4. חשבו את שטח המשולש ABC.



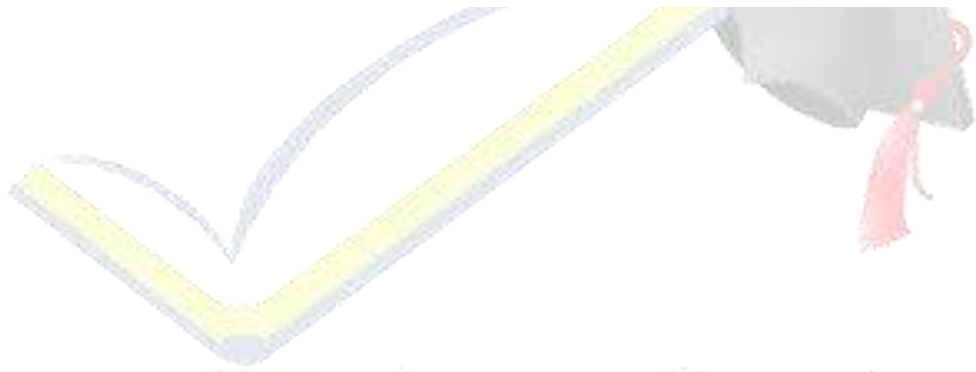
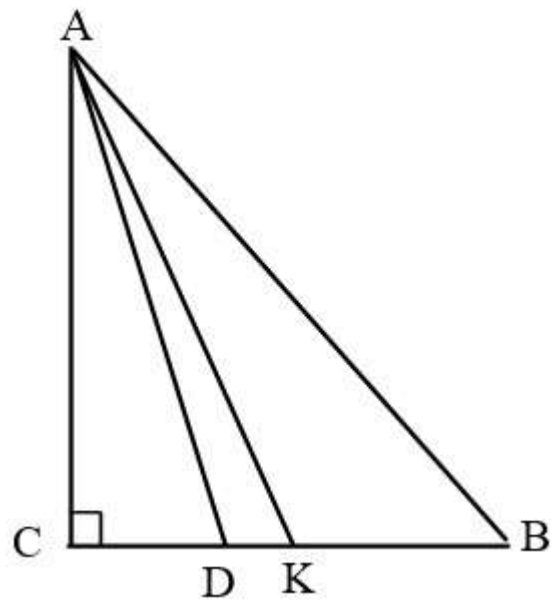
### תרגיל

- במשולש ישר-זווית ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) ABC אורך הניצב AC הוא 3 ס"מ (ראו סרטוט) .
- שטח המשולש הוא 6 סמ"ר.
- א. חשבו את אורך BC.
- ב. מצאו את  $\tan \angle CAB$ .
- ג. חשבו את גודל הזווית CAB.
- ד. חשבו את היקף המשולש.



### תרגיל

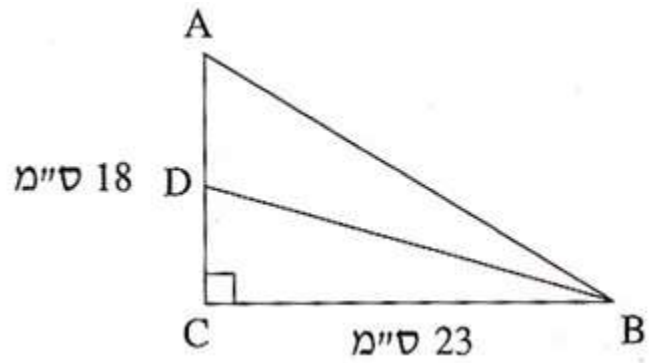
- במשולש ישר-זווית, ( $\angle C = 90^\circ$ ) ABC
- אורכי הניצבים הם: 9.7 ס"מ AC = , 7.7 ס"מ BC =
- א. חשבו את אורך AD , אם נתון כי AD הוא החוצה-זווית BAC.
- ב. חשבו את אורך AK , אם נתון כי AK הוא תיכון לצלע BC.



openbook  
המרכז לקידום אקדמי

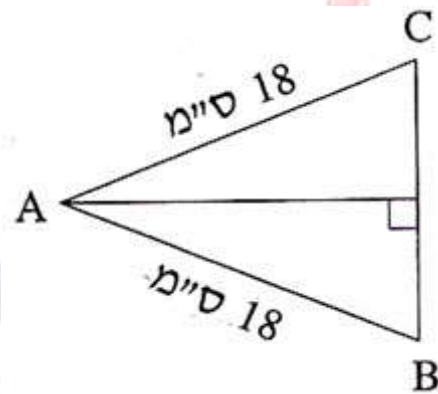






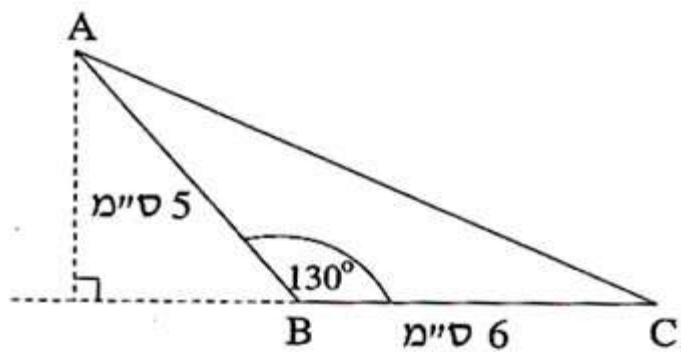
**תרגיל**

במשולש שווה-שוקיים,  $ABC$  ( $AB = AC$ ) אורך השוק הוא 18 ס"מ (ראו סרטוט),  
 וזווית הבסיס  $ABC$  היא בת  $70^\circ$ .  
 א. חשבו את אורך הבסיס.  
 ב. חשבו את היקף המשולש.



**תרגיל**

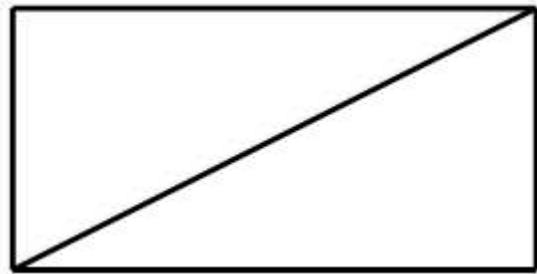
במשולש  $ABC$  נתון:  $130^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $6$  ס"מ =  $AB$ ,  $BC$  ס"מ =  $5$  (ראו סרטוט).  
 חשבו את שטח המשולש  $ABC$ .



### תרגיל

במלבן אורך צלע אחת הוא 10 ס"מ, ואורך הצלע הארוכה גדול פי 4 ממנה.

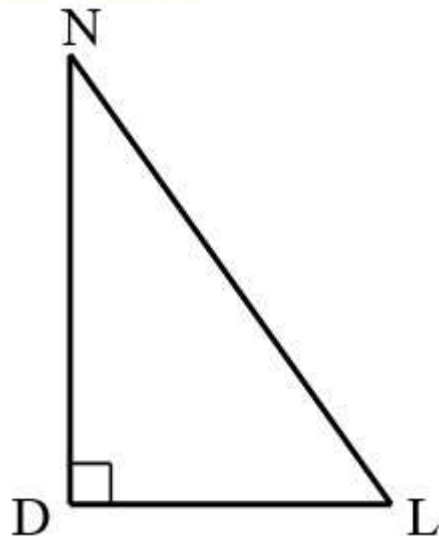
- מהי הזווית שבין אלכסון המלבן לצלע הארוכה של המלבן?
- מהי הזווית שבין אלכסון המלבן לצלע הקצרה של המלבן?
- חשבו את גודל הזווית החדה שבין שני אלכסוני המלבן.
- חשבו את היחס בין הצלע הקצרה במלבן לאלכסון המלבן.
- מהו היחס בין הצלע הקצרה של המלבן להיקפו?



### תרגיל

במשולש ישר זווית,  $DLN$ , אורך הניצב  $DL$  הוא 80 ס"מ, ואורך היתר  $LN$  הוא 1 מ'.<sup>1</sup>

- מצאו את  $\angle DLN$   $\cos$ .
- חשבו את אורך הניצב  $DN$ .
- מצאו את  $\angle DLN$   $\tan$ .



### תרגיל

הנקודות  $A(3,1)$ ,  $B(-2,1)$ ,  $C(-2,-3)$  הן שלושה קדקודים של משולש. הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $BC$ .

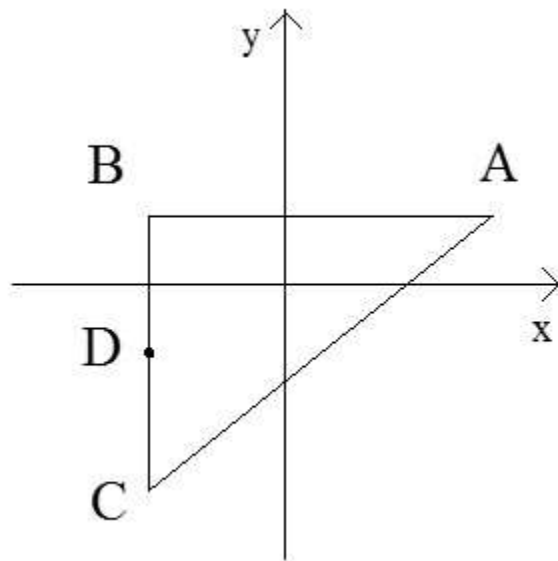
א. חשבו את אורך שני הניצבים במשולש.

ב. חשבו את אורך הקטע  $BD$ .

ג. חשבו את גודל הזווית  $\sphericalangle BAD$ .

ד. חשבו את גודל הזווית  $\sphericalangle DAC$ .

ה. חשבו את החוצה זווית  $AE$ .



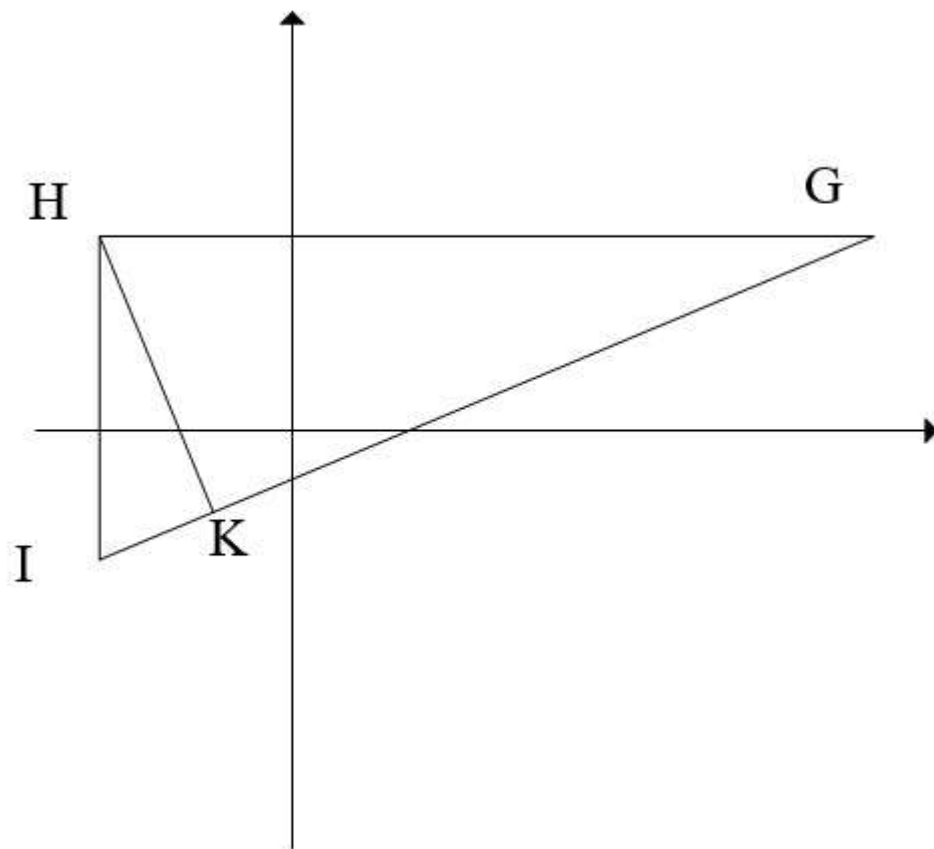
### תרגיל

הנקודות  $G(9,3)$ ,  $H(-3,3)$ ,  $I(-3,-2)$  הן שלושת הקדקודים של משולש  $HK$ . הוא הגובה לצלע  $GI$ .

א. חשבו את גודל הזווית  $\sphericalangle HGI$ .

ב. חשבו את אורך הגובה  $HK$ .

ג. חשבו את גודל הזווית  $\sphericalangle IHK$ .



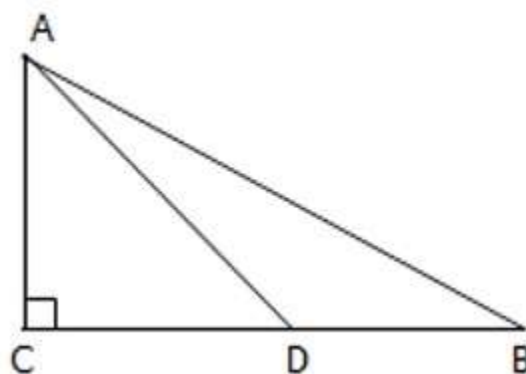
 **תרגיל**

במשולש ישר-זווית ABC אורך היתר AB הוא 40 ס"מ,

והזווית CAB היא בת  $44^\circ$ .

נקודה D נמצאת על ניצב BC ש $\angle ADC = 53^\circ$  - ראו סרטוט

חשבו את אורך הקטע BD.



### תרגיל

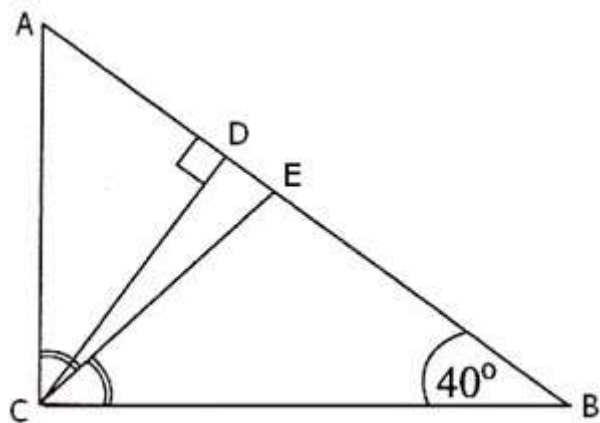
במשולש ישר-זווית  $ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ),  $\sphericalangle CBA = 40^\circ$  ראו סרטוט.

אורך הגובה ליתר  $CD$  הוא  $7$  ס"מ.

$CE$  הוא חוצה-הזווית הישרה במשולש.

א. חשבו את הזווית  $\sphericalangle CED$ .

ב. מהו שטח המשולש  $CED$ ?



### תרגיל

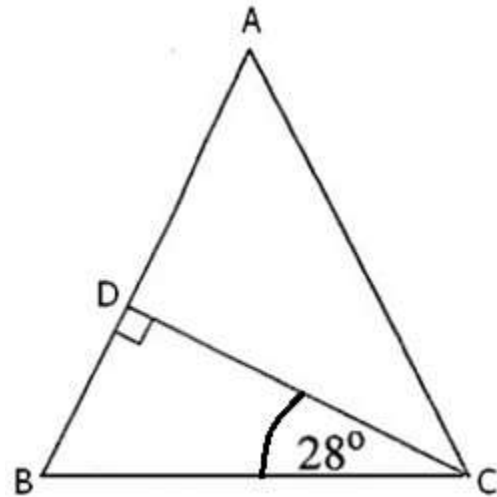
במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB=AC$ ),

הגובה לשוק יוצר זווית של  $28^\circ$  עם בסיס המשולש.

אורך הבסיס הוא  $10$  ס"מ.

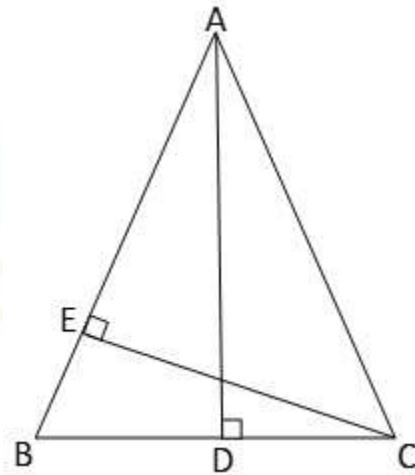
א. חשבו את זוויות המשולש  $ABC$ .

ב. חשבו את היחס בין השוק  $AB$  לבסיס  $BC$ .



**תרגיל**

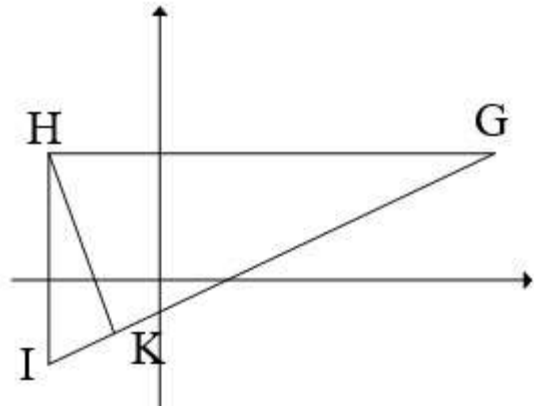
במשולש שווה-שוקיים,  $ABC$  ( $AB = AC$ ), זווית הבסיס היא  $65^\circ$  ואורך הגובה  $(AD)$  לבסיס  $(BC)$  הוא  $10$  ס"מ (ראו סרטוט).  
 א. חשבו את אורך הבסיס  $BC$ .  
 ב. מהו אורך הגובה לשוק (מהו  $CE$ )?



**תרגיל**

הנקודות  $G(9,3)$ ,  $H(-3,3)$ ,  $I(-3,-2)$  הן שלושת הקדקודים של משולש.  
 HK הוא הגובה לצלע GI ראו סרטוט.  
 א (1) מצאו את זוויות המשולש HGI  
 ב (2) חשבו את היחס בין אורך הצלע,  $IK$  לבין אורך הגובה HK.  
 א (1) מצאו את זוויות המשולש HGI

(2) חשבו את היחס בין אורך הגובה HK לבין אורך הקטע KG.



### חישובים במרובע

#### תרגיל

במלבן ABCD אורכי צלעות המלבן הם:

$$BC = 7 \text{ מ"ס}, AB = 12 \text{ מ"ס}$$

מצאו את השטח של המלבן.

#### תרגיל

במלבן ABCD אורכי צלעות המלבן הם:

$$BC = 3 \text{ מ"ס}, AB = 8 \text{ מ"ס}$$

א. מצאו את השטח של המלבן.

ב. חשבו את הזווית שבין הצלע הארוכה לבין האלכסון של המלבן.

ג. חשבו את אורך האלכסון.

#### תרגיל

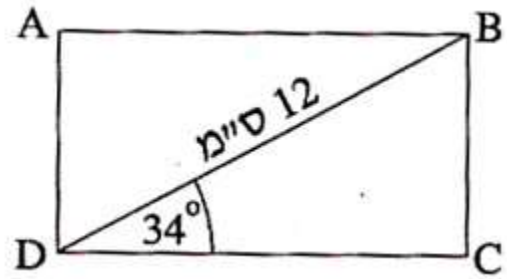
במלבן ABCD אורך האלכסון הוא  $12\sqrt{2}$  מ"ס, והזווית BDC היא  $34^\circ$  (ראו סרטוט).

א. חשבו את צלעות המלבן BC ו-DC.

ב. חשבו את היקף המלבן.

ג. חשבו את שטח המלבן.

ד. חשבו את הזווית החדה שבין אלכסוני המלבן.



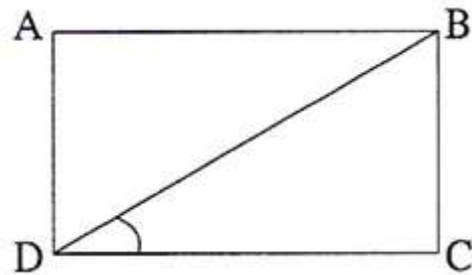
**תרגיל**

היקף מלבן ABCD הוא 36 ס"מ.

אורך הצלע הארוכה של המלבן הוא 12 ס"מ.  $AB = 12$

א. חשבו את גודל הזווית BDC שבין האלכסון לבין הצלע הארוכה של המלבן.

ב. חשבו את אורך האלכסון של המלבן.

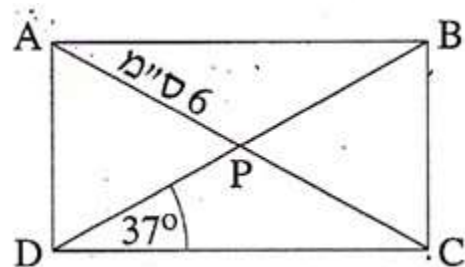


**תרגיל**

במלבן ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה P. נתון  $\angle PDC = 37^\circ$ ,  $AP = 6$  ס"מ. ראו סרטוט.

א. חשבו את אורך האלכסון BD.

ב. חשבו את היקף המלבן.





### תרגיל

נתון מלבן ABCD, שאורכי צלעותיו הן:

$$= AD. 22\text{ ס"מ} = AB, 8\text{ ס"מ}$$

BD הוא אחד מאלכסוני המלבן.

נקודה E נמצאת על הצלע AB, כך שמשולש AED הוא משולש שווה-שוקיים.

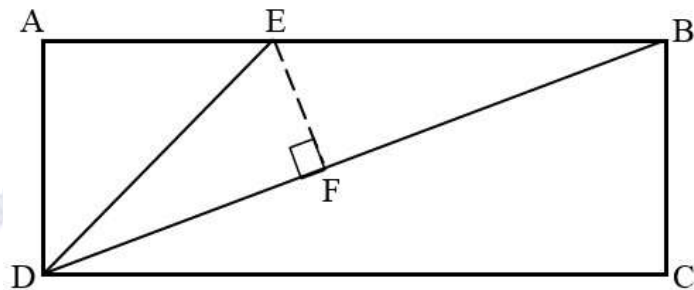
א. מצאו את  $\angle BDC$

ב. חשבו את זוויות המשולש DEB.

ג. חשבו את שטח המשולש DEB.

ד. חשבו את אורך אלכסון המלבן (BD)

ה. חשבו את הגובה (EF) לצלע BD במשולש DEB.



### תרגיל

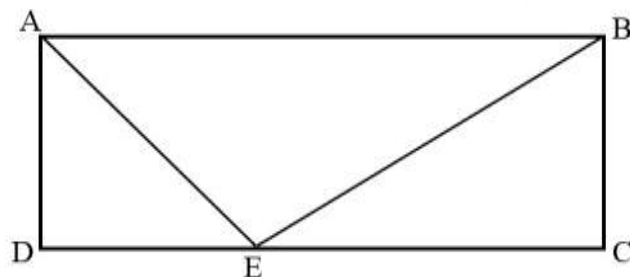
נתון מלבן ABCD. AE הוא חוצה-הזווית DAB. שטחו של משולש ADE הוא 4.5 סמ"ר.

אורכו של הקטע EC הוא 4 ס"מ.

א (1). חשבו את זוויות המשולש ADE.

א (2). מצאו את אורכי צלעות המלבן ABCD.

ב. חשבו את זוויות המשולש BEC.



### תרגיל

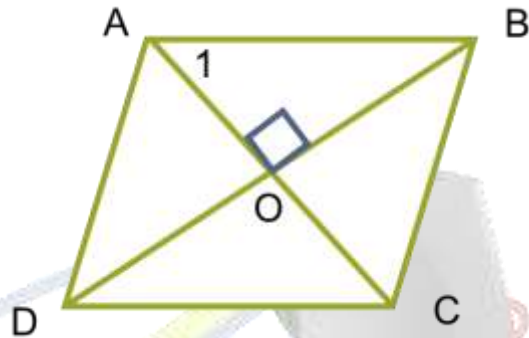
במעוין ABCD נתון:

$$OB = 9 \text{ ס"מ}, AO = 6 \text{ ס"מ}$$

א. מצאו את  $\angle A_1$

ב. חשבו את אורך צלע המעוין.

ג. חשבו את שטח המעוין.



### תרגיל

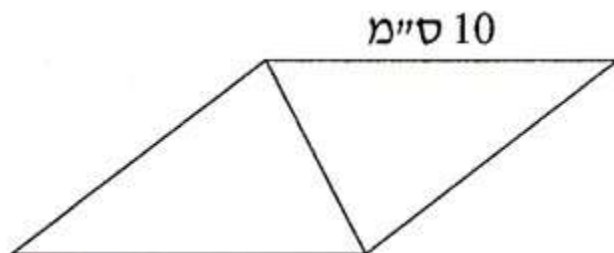
אורך הצלע של המעוין הוא 10 ס"מ (ראו סרטוט).

אורך אחד האלכסונים של המעוין קטן ב- 2 ס"מ מצלע המעוין.

א. חשבו את אורך האלכסון האחר של המעוין.

ב. חשבו את גודל הזווית הקהה של המעוין.

ג. חשבו את שטח המעוין.



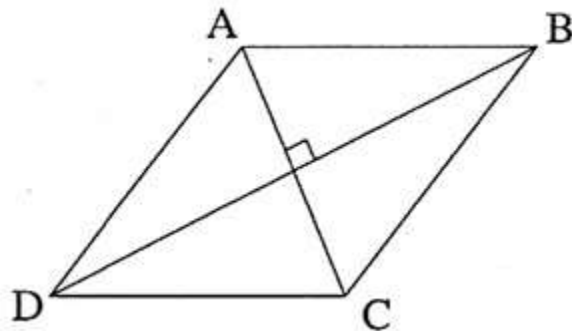
### תרגיל

במעוין ABCD (ראו סרטוט), אורכי האלכסונים הם: 8 ס"מ ו- 14 ס"מ.

א. חשבו את זוויות המעוין.

ב. חשבו את היקף המעוין.

ג. חשבו את שטחו של המעוין

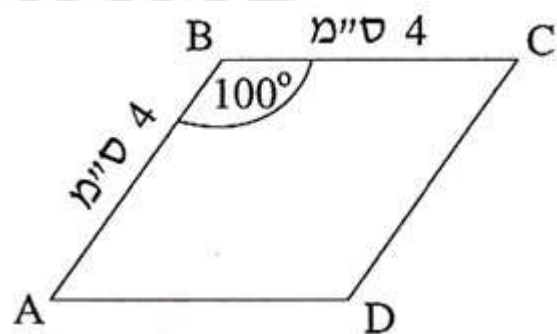


**תרגיל**

במעוין ABCD אורך הצלע הוא 4 ס"מ והזווית הקהה היא  $100^\circ$  (ראו סרטוט).

א. חשבו את אורך האלכסון AC ואת אורך האלכסון DB.

ב. חשבו את שטח המעוין ABCD.

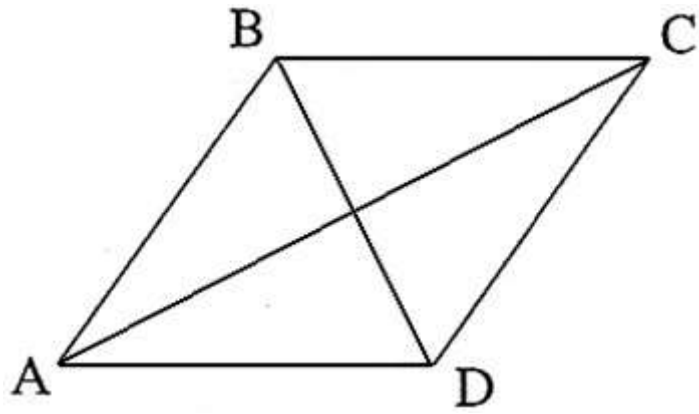


**תרגיל**

האלכסון הקצר במעוין הוא 10 ס"מ. האלכסון הארוך גדול מהאלכסון הקצר פי 2.4.

א. חשבו את זוויות המעוין.

ב. חשבו את היחס בין היקף המעוין לבין אורך האלכסון הקצר.



**תרגיל**

נתון מעוין ABCD.

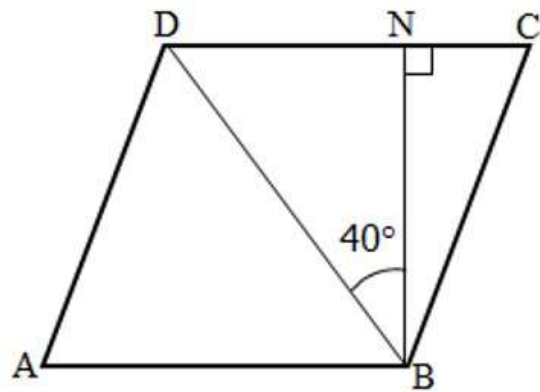
גובה המעוין BN, שווה ל-10 ס"מ.

אלכסון המעוין BD, יוצר זווית של  $40^\circ$  עם הגובה. ( $\angle DBN = 40^\circ$ )

א. חשבו את אורך האלכסון BD.

ב. חשבו את זוויות המשולש BDC.

ג. חשבו את אורך הצלע של המעוין



**תרגיל**

נתון ריבוע ABCD שבו 10 ס"מ  $AE = AB$ . היא אמצע הקטע DC.

א. חשבו את זוויות המשולש ADE.

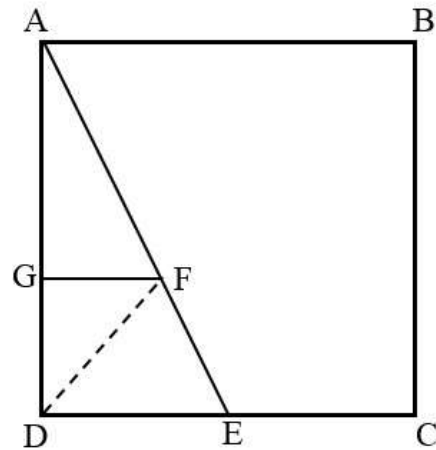
ב. חשבו את אורך הקטע AE.

היא נקודה על AE ו-G היא נקודה על AD כך ש  $GF \parallel DE$  :

נתון:  $GF = \frac{1}{3} AE$

ג. חשבו את FE.

ד. חשבו את שטח המשולש DFE.



**תרגיל**

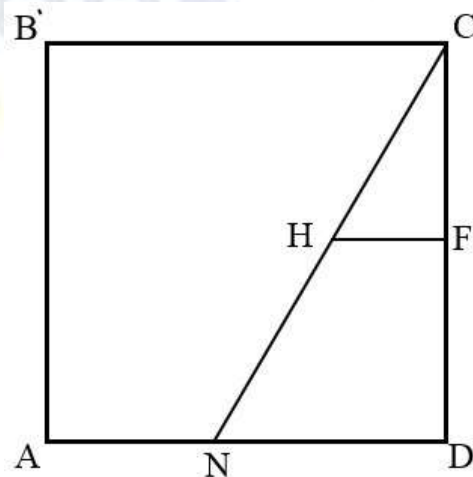
נתון ריבוע ABCD צלע הריבוע שווה ל- 9 ס"מ.  
נקודה N נמצאת על הצלע AD כך ש- 4 ס"מ = AN.  
א. חשבו את זוויות המשולש CND.

היא אמצע הצלע CD.

H היא נקודה על CN כך ש-  $FH \parallel ND$  :

ב. חשבו את HF.

ג. חשבו את NH.



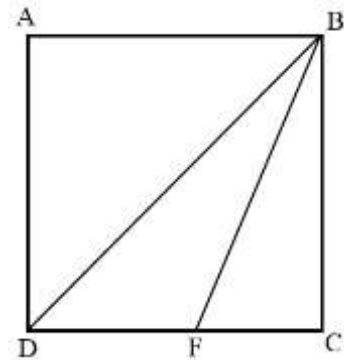
**תרגיל**

נתון ריבוע ABCD. נקודה F נמצאת על הצלע DC.

ידוע כי 4 ס"מ = FC.

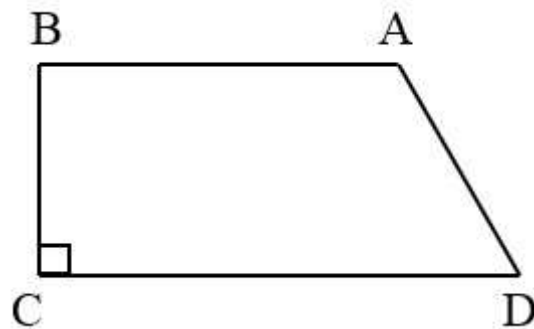
שטח המשולש BFC שווה ל- 20 סמ"ר (ראו סרטוט).

- א. מצאו את אורך צלע הריבוע.  
 ב. מצאו את אורך אלכסון הריבוע. (BD)  
 ג. מצאו את זוויות המשולש BFC.  
 ד. מצאו את שטח המשולש BFD.



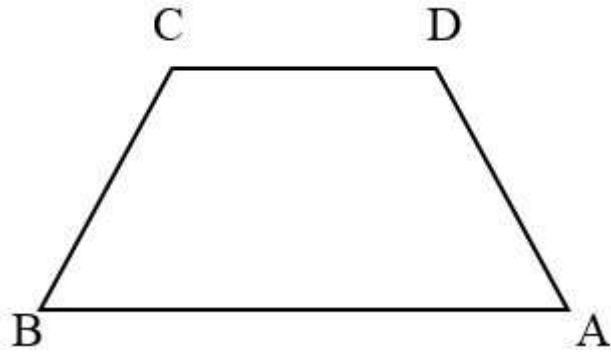
**תרגיל**

בטרפז ישר-זווית,  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ,  $\sphericalangle C = 90^\circ$ ), אורכי הבסיסים הם:  $13$  ס"מ  $CD = 9$  ס"מ  $AB = 9$  ס"מ.  
 הזווית החדה,  $\sphericalangle ADC$ , היא בת  $65^\circ$ . (ראו סרטוט).  
 א. חשבו את היקף הטרפז.  
 ב. חשבו את שטח הטרפז.



**תרגיל**

בטרפז שווה-שוקים,  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), אורך הבסיס  $CD$ , הוא  $10$  ס"מ (ראו סרטוט).  
 הבסיס  $AB$  גדול ב-  $40\%$  מהבסיס  $CD$ .  
 השוק  $AD$  קטנה ב-  $10\%$  מהבסיס  $CD$ .  
 א. חשבו את אורך הבסיס  $AB$ .  
 ב. חשבו את אורך השוק  $AD$ .  
 ג. חשבו את הזווית החדה של הטרפז.



**תרגיל**

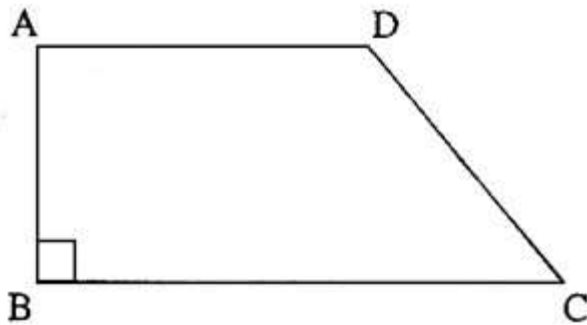
בטרפז ישר זווית  $ABCD$  ( $AD \parallel CB$ ,  $\sphericalangle B = 90^\circ$ ) נתון:

$$AD = 10 \text{ ס"מ}$$

$$AB = 7 \text{ ס"מ}$$

( $\sphericalangle DCB = 36^\circ$  ראו סרטוט).

חשבו את שטח הטרפז.



**תרגיל**

בטרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) נתון:

$$AD = 6 \text{ ס"מ}, DC = 17 \text{ ס"מ}, \sphericalangle DAB = 75^\circ, CB = DC$$

DE הוא גובה הטרפז (ראו סרטוט).

א. מצאו את האורך של גובה הטרפז.

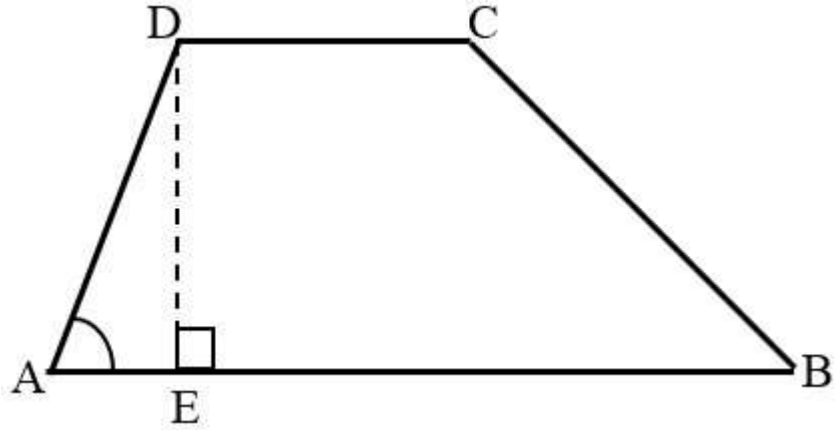
ב. מצאו את אורך הקטע AE.

ג. מצאו את גודל הזווית  $\sphericalangle CBA$ .

ד. מצאו את אורך הבסיס הגדול AB.

ה. חשבו את שטח הטרפז.

ו. מצאו את גודל הזווית  $\sphericalangle DBA$ .



### תרגיל

נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AB \parallel CD$ ).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה N.

PQ הוא גובה הטרפז שעובר דרך הנקודה N ראו סרטוט.

ידוע כי  $7 : 11$  ס"מ =  $NC = DN$ ,  $8$  ס"מ =  $AN = NB$ ,  $NQ =$  ראו סרטוט.

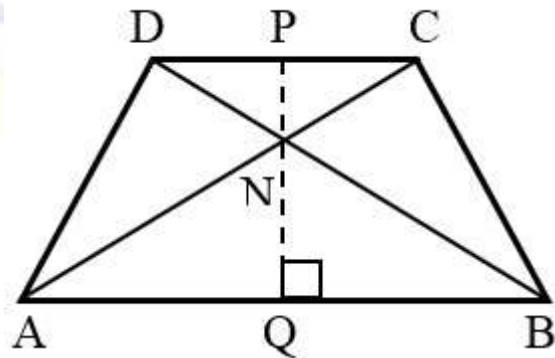
א. מצאו את זווית  $\sphericalangle NAQ$ .

ב. מצאו את אורך הקטע PN.

ג. מצאו את אורך הבסיס הגדול AB.

ד. מצאו את אורך הבסיס הקטן.

ה. חשבו את שטח הטרפז.



### תרגיל

בטרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AB \parallel DC$ ) נתון כי אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן DC,

$20$  ס"מ =  $AC = AD$  ראו סרטוט.

DE הוא גובה המשולש ADC.

א. מצאו את זוויות המשולש ADC.

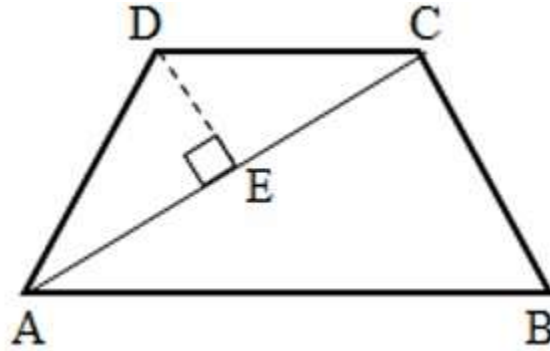


ב. מצאו את זוויות הטרפז ABCD.

ג. חשבו את גודל הזווית  $\angle ACB$ .

ד. חשבו את שטחו של משולש ACB.

ה. מצאו את שטח הטרפז.



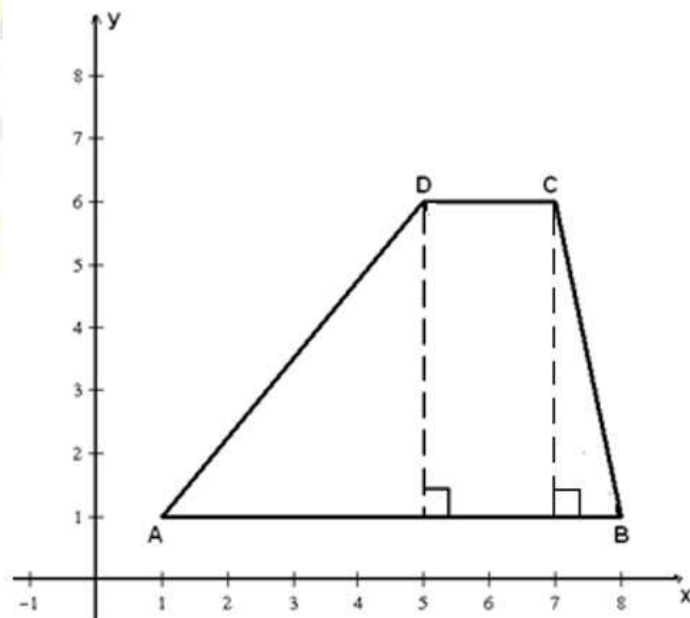
### תרגיל

במערכת צירים נתון טרפז ABCD ששיעורי קדקודיו הם  $A(1,1)$ ,  $B(8,1)$ ,  $C(7,6)$ ,  $D(5,6)$ . ראו סרטוט.

א. חשבו את גובה הטרפז.

ב. חשבו את הזוויות החדות של הטרפז  $\angle CBA$  ו  $\angle DAB$ .

ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.



### תרגיל

במערכת צירים נתון טרפז ABCD.

קדקודיו של הטרפז הם  $A(2,2)$ ,  $B(10,2)$ .

$C(10,10)$  ו  $D(2,6)$  - ראו סרטוט.

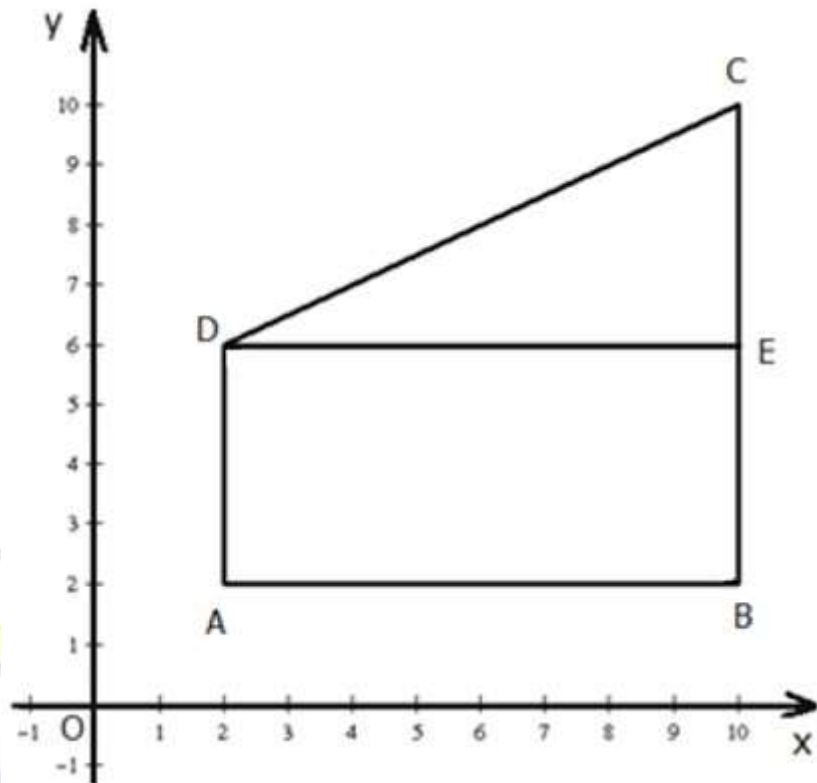
DE הוא גובה בטרפז.

א (1) מצאו את אורכי בסיסי הטרפז AD ו-BC.

(2) מצאו את גובה הטרפז DE.

(3) חשבו את שטח הטרפז ABCD.

ב. חשבו את גודל הזווית החדה של הטרפז C

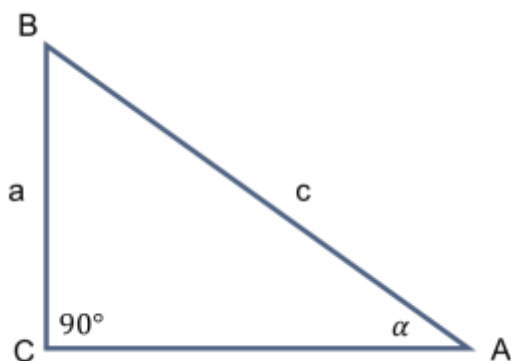


אסטודיוס  
המרכז לקידום אקדמי

## משפט הסינוסים

משולש ישר זווית –  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$

עד כה השתמשנו בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס בחישובים במשולש ישר זווית.



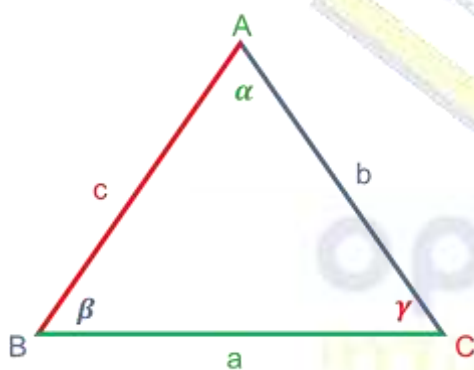
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{מול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{מול}}{\text{ליד}}$$

האם קיים משפט שמאפשר חישוב גם במשולשים שאינם ישרי זווית?

היום נכיר משפט מרכזי בטריגונומטריה: משפט הסינוסים



## משפט הסינוסים

נתון משולש ABC שהסימנים במשולש הם:

$A, B, C$  קדקודים.

$\alpha, \beta, \gamma$  הזוויות ליד הקדקודים בהתאמה.

$a, b, c$  הצלעות מול הקדקודים בהתאמה.

מתקיים:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

היחס בין אורך כל צלע במשולש ובין סינוס הזווית שמולה קבוע

הוכחת משפט הסינוסים בסרטון הבא:

מתי נשתמש במשפט הסינוסים? ✓

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

נשתמש במשפט הסינוסים לפתרון בעיות במשולשים במקרים הבאים:

- (1) אם נתונות שתי זוויות ואחת הצלעות (במקרה זה יש פתרון יחיד).
- (2) אם נתונות שתי צלעות וזווית מול אחת מהן. (במקרה זה ייתכן וקיימים שני פתרונות).

תרגיל (1) ✓

במשולש נתונות שתי צלעות: 4 ס"מ ו- 6.5 ס"מ, והזווית שמול הצלע הקטנה שווה ל- $32^\circ$ .

חשב את הזווית שמול הצלע הגדולה.

תרגיל (2) ✓

במשולש ABC נתון:  $AB = 6$  ס"מ.

$$\angle A = 84^\circ, \angle C = 54^\circ$$

חשב את אורכי הצלעות BC ו- AC.

תרגיל (3) ✓

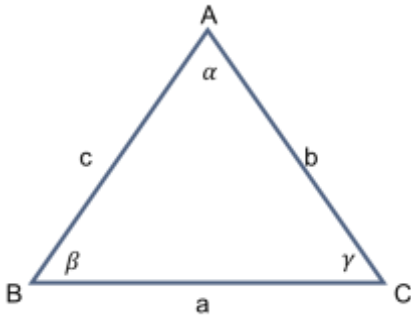
במשולש ABC נתון:  $AC = 9$  ס"מ,  $BC = 15$  ס"מ,  $\angle A = 78^\circ$ .

חשב את הזוויות B ו- C.

תרגיל (4) ✓

במשולש ABC נתון:  $AB = 15$  ס"מ,  $AC = 18$  ס"מ,  $\angle C = 45^\circ$ .

חשב את הזווית B.



## משפט הקוסינוסים

מתי נשתמש במשפט הקוסינוסים?

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

נשתמש במשפט הקוסינוסים לפתרון בעיות במשולשים במקרים הבאים:

- (1) אם נתונות שתי זוויות ואחת הצלעות (במקרה זה יש פתרון יחיד).
- (2) אם נתונות שתי צלעות וזווית מול אחת מהן. (במקרה זה ייתכן וקיימים שני פתרונות).

**אי אפשר** להשתמש במשפט הקוסינוסים לפתרון בעיות במשולשים במקרים הבאים:

- (1) אם נתונות שתי צלעות והזווית ביניהן.
- (2) אם נתונות שלוש צלעות.

## משפט הקוסינוסים

נתון משולש ABC שהסימנים במשולש הם:

A, B, C קדקודים.

$\alpha, \beta, \gamma$  הזוויות ליד הקדקודים בהתאמה.

a, b, c הצלעות מול הקדקודים בהתאמה.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

בכל משולש מתקיים:

ריבוע צלע אחת שווה לסכום ריבועי שתי הצלעות האחרות

פחות פעמיים מכפלתן בקוסינוס הזווית שביניהן.

מתי נשתמש במשפט הקוסינוסים?

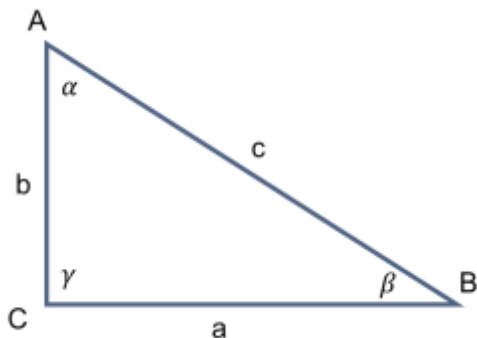
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

נשתמש במשפט הקוסינוסים לפתרון בעיות במשולשים במקרים הבאים:

(1) אם נתונות שתי צלעות והזווית ביניהן, נמצא את הצלע השלישית.

(2) אם נתונות שלוש צלעות, נוכל למצוא כל אחת מהזוויות

### משפט הקוסינוסים מקרה פרטי



נציב במשפט הסינוסים  $\gamma = 90^\circ$ .

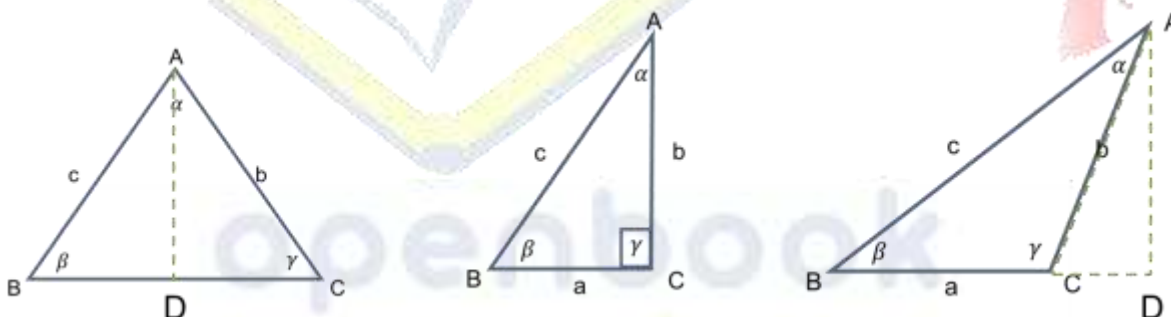
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

כאשר  $\gamma = 90^\circ$   $\cos \gamma = 0$ . לכן נקבל:  $c^2 = a^2 + b^2$

קיבלנו את משפט פיתגורס!

משפט הקוסינוס הוא הכללה של משפט פיתגורס

### הוכחת משפט הקוסינוסים



### נוסחה למציאת זווית בעזרת משפט הסינוסים.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

כאשר נתונות שלוש הצלעות במשולש,

ניתן להיעזר במשפט הקוסינוסים כדי לחשב כל אחת מזוויות המשולש.

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

### שני שימושים לנוסחה:

(1) בעזרת נוסחה זו נחשב זווית במשולש כשנתונים אורכי שלוש הצלעות במשולש.

(2) בעזרת נוסחה זו אפשר לקבוע אם זווית מסוימת במשולש היא חדה ישרה או קהה.

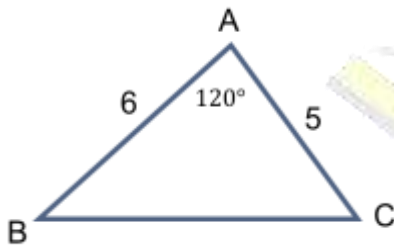
המכנה  $2ab$  של אגף ימין הוא גודל חיובי.

נבחין בין 3 מקרים:

מקרה 1 – אם  $a^2 + b^2 > c^2$  הרי המונה חיובי, כלומר  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$  ולכן המנה חיובית – הביטוי  $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$  הוא חיובי, כלומר  $\cos \gamma$  חיובי ומכאן ש-  $\gamma$  זווית חדה.

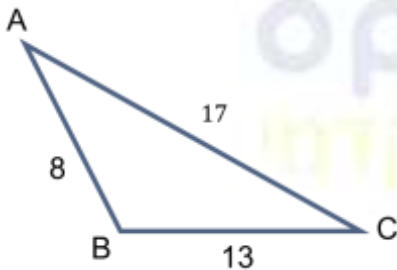
מקרה 2 – אם  $a^2 + b^2 = c^2$  הרי המונה שווה לאפס, ולכן המנה שווה לאפס, הביטוי הוא אפס, כלומר  $\cos \gamma$  שווה לאפס וזה אומר ש-  $\gamma = 90^\circ$  זווית ישרה.

מקרה 3 – אם  $a^2 + b^2 < c^2$  הרי המונה שלילי, כלומר  $a^2 + b^2 - c^2 < 0$  ולכן המנה שלילית – הביטוי  $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$  הוא שלילי, כלומר  $\cos \gamma$  שלילי ומכאן ש-  $\gamma$  זווית קהה.



✓ תרגיל (1)

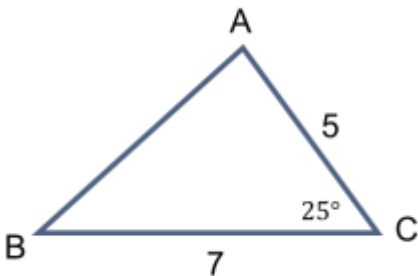
במשולש ABC נתון:  $AB = 6$  ס"מ,  $AC = 5$  ס"מ,  $\angle BAC = 120^\circ$ .  
חשב את אורך הצלע BC.



✓ תרגיל (2)

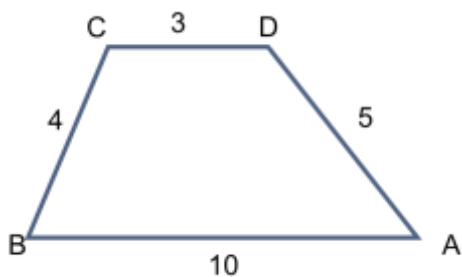
במשולש ABC נתון:  $AB = 8$  ס"מ,  $AC = 17$  ס"מ,  $BC = 13$  ס"מ.

חשב את הזווית B.



✓ תרגיל (3)

במשולש ABC נתון:  $AC = 5$  ס"מ,  $BC = 7$  ס"מ,  $\angle ACB = 25^\circ$ .  
חשב את הזווית A.

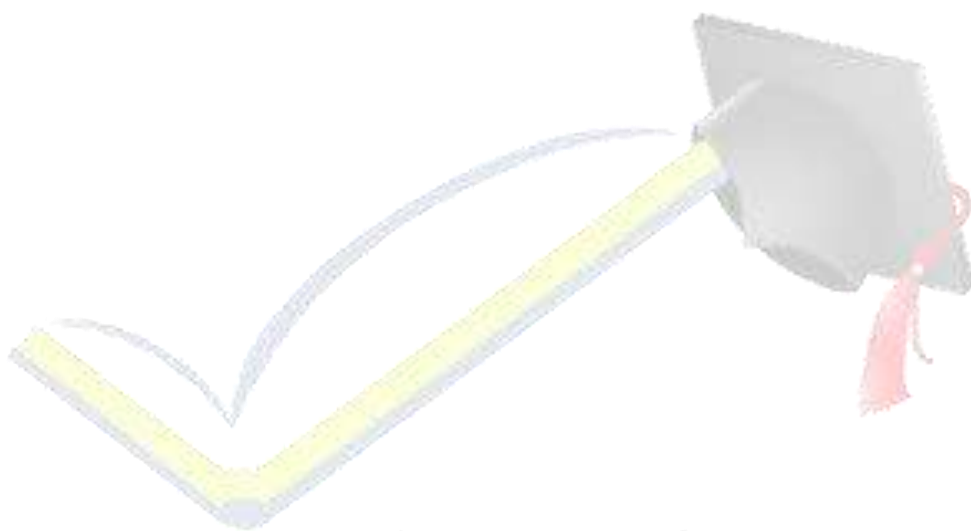


תרגיל (4) ✓

בטרפז ABCD ( $CD \parallel BA$ ) נתונים:

$AB = 10$  ס"מ ,  $BC = 4$  ס"מ ,  $CD = 3$  ס"מ ,  $AD = 5$  ס"מ .

חשב את קוטר המעגל החוסם את המשולש ABD.



openbook  
המרכז לקידום אקדמי



שאלה מבגרות 804/481 טריגונומטריה במעוין – משפט הסינוסים. ✓

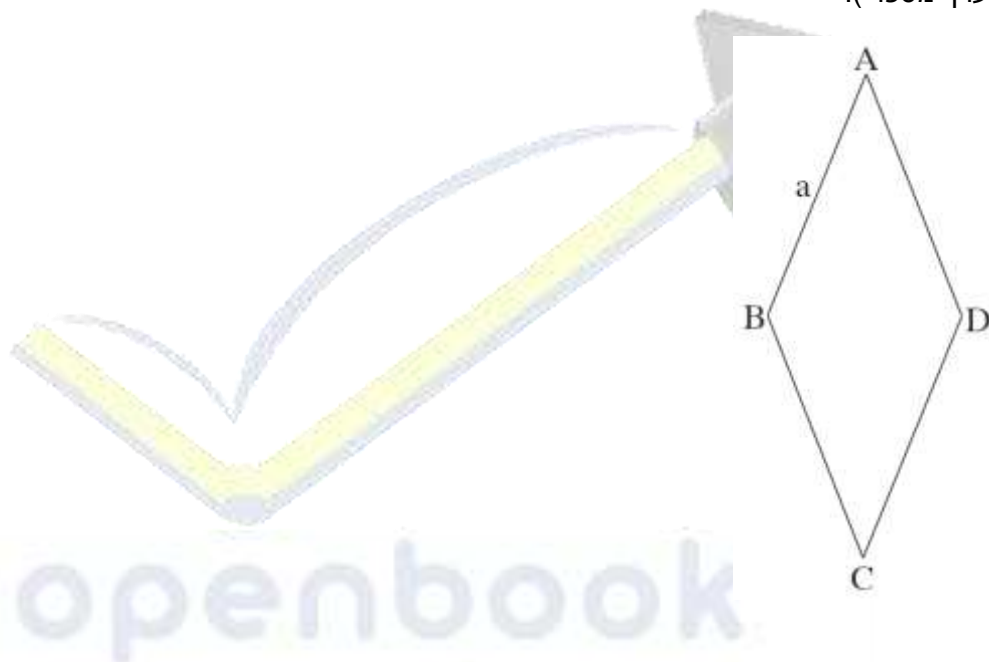
במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור). נתון:  $\angle BAD = 2\alpha$ ,  $\angle BAD < 90^\circ$

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- $\alpha$

(2) נתון גם:  $AC \cdot BD = a^2$

מצא את  $\alpha$ .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 10 ס"מ. מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).



טריגונומטריה - משפט הסינוסים שאלה מבגרות שאלון 804/481 חורף 2014 ✓

נתון משולש ABC

מעגל שקוטרו CD משיק לצלע AB בנקודה D (ראה ציור).

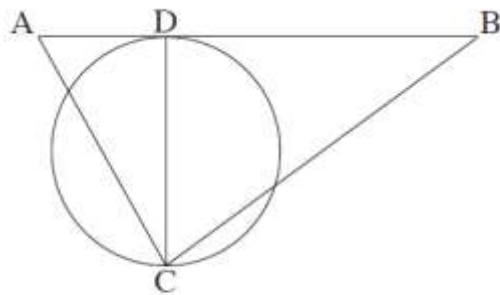
נתון:  $\angle ABC = \beta$ ,  $\angle BAC = \alpha$ :

רדיוס המעגל הוא R.

א. הבע באמצעות  $\beta$ ,  $\alpha$ , R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את  $\angle ACB$ , אם  $\beta = \alpha$

ושטח המשולש ABC הוא  $4R^2$



6. נתון משולש ABC.

מעגל שקוטרו CD משיק לצלע AB

בנקודה D (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = \alpha$

$\angle ABC = \beta$

רדיוס המעגל הוא R.

א. הבע באמצעות R,  $\alpha$  ו- $\beta$  את אורך הצלע AB.

ב. מצא את  $\angle ACB$ , אם  $\beta = \alpha$  ושטח המשולש ABC הוא  $4R^2$ .

**טריגונומטריה - משפט הסינוסים במעגל שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד א'**

2014

ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AC=AB$ )

החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 80^\circ$

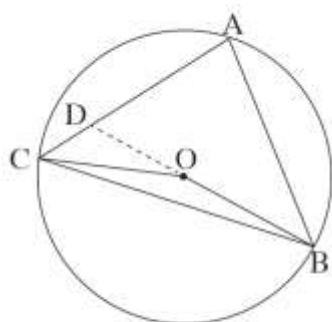
א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את  $\angle COB$ . נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC בנקודה D (ראה ציור). נתון:  $BD = 5$  ס"מ.

(1) מצא את  $\angle ABD$ .

(2) מצא את R.



5. ABC הוא משולש שווה-שוקיים ( $AC = AB$ ),

החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 80^\circ$ .

א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את  $\angle COB$ . נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC בנקודה D

(ראה ציור).

נתון:  $BD = 5$  ס"מ.

(1) מצא את  $\angle ABD$ .

(2) מצא את R.

**טריגונומטריה - משפט הסינוסים-חישוב שטחים טרפז ש"ש שאלה מבגרות שאלון**

**804/481 קיץ מועד ב' 2014**

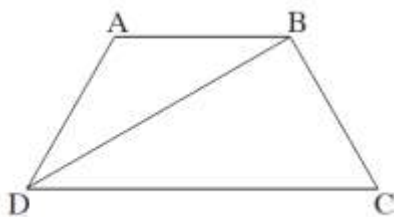
ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ( $AB < DC, AB \parallel DC$ ) ראה ציור.

נתון:  $AD=AB=BC=m, \angle ABD=\alpha$

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא  $m^2\sqrt{3}$ .

מצא את  $\alpha$ .

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא  $27\sqrt{3}$ . מצא את m.



5. ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

( $AB < DC, AB \parallel DC$ )

(ראה ציור).

נתון:  $AD = AB = BC = m$

$\angle ABD = \alpha$

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא  $\frac{m^2\sqrt{3}}{4}$ .

מצא את  $\alpha$ .

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא  $27\sqrt{3}$ .

מצא את m.

**טריגונומטריה - משפט הסינוסים-במעגל שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד ג'**

**2014**

מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).

נתון:  $\angle ABC=90^\circ$

$8 = AB \cdot m$

רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.

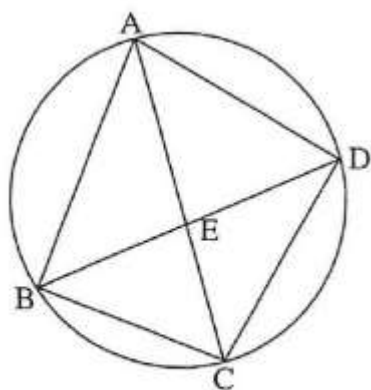
א. חשב את גודל הזווית BDC

ב. נתון גם:  $7 = DC \cdot m$

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

(1) חשב את גודל הזווית DBC

(2) חשב את AE.



5. מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).

נתון:  $\angle ABC = 90^\circ$

$AB = 8$  ס"מ

רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ

א. חשב את גודל הזווית BDC.

ב. נתון גם:  $DC = 7$  ס"מ.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

(1) חשב את גודל הזווית DBC.

(2) חשב את AE.

**טריגונומטריה - משפט הקוסינוסים+סינוסים- משולש ש"ש שאלה מבגרות שאלון**

804/481 חורף 2015

במשולש שווה שוקיים ABC ( $AB=AC$ )

נקודה D נמצת על השוק AB ראה ציור)

נתון:  $\angle BAC = \alpha$

שטח המשולש ABC הוא 12.5 סמ"ר.

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את אורך השוק של המשולש ABC

נתון גם  $\alpha = 44^\circ$ ,  $BD = 2$  ס"מ

ב. מצא את אורך של DC

ג. מצא את גודל הזווית BCD

**טריגונומטריה - משפט הסינוסים שאלה מבגרות שאלון 804/481 קיץ מועד א 2015**

במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור). נתון :

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- $\alpha$

(2) נתון גם  $AC \cdot BD = a^2$  :

מצא את  $\alpha$ .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 10 ס"מ. מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

בגרות חורף 2018 שאלון 804/481

ABC הוא משולש חד זוויות ושווה שוקיים ( $AB=AC$ ).

אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.

נתון:  $BC=1.2R$ .

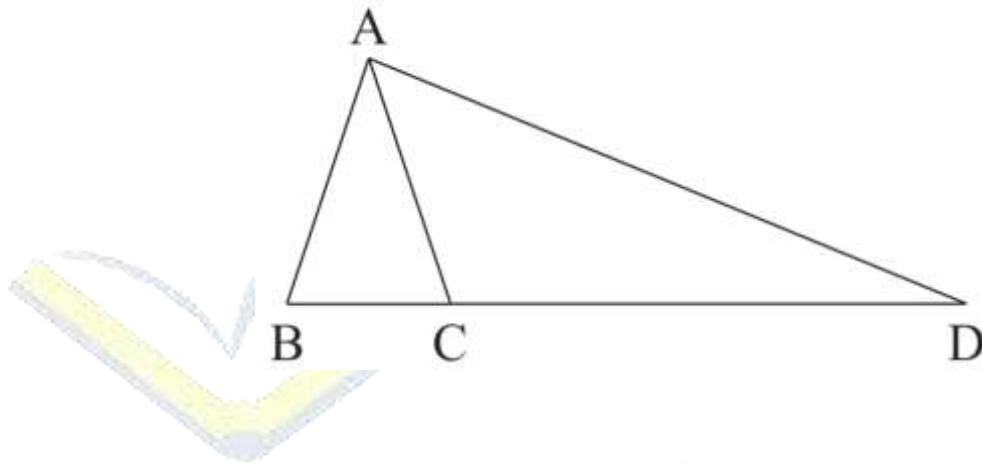
א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.

(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R.

המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D, כמתואר בציור, כך ש-  $CD=3.8R$ .

ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R.

ג. AE הוא גובה במשולש ACD. אורך הגובה AE הוא 9. חשב את R.



בגרות קיץ מועד א' 2018 שאלון 804/481

ABCD היא מקבילית. נתון:  $AB=15$ ,  $BC=10$ . נסמן:  $\angle DAB = \alpha$  ( $\alpha < 90^\circ$ ).

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא  $75\sqrt{3}$ .

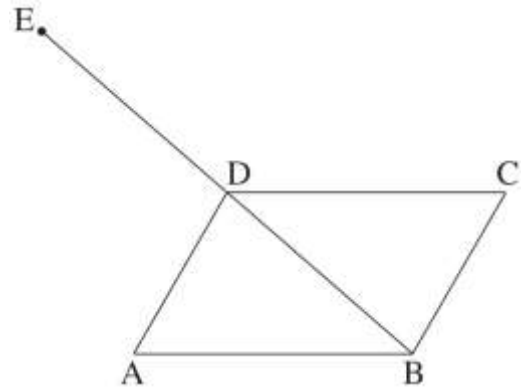
ב. חשב את גודל הזווית  $\alpha$ .

ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש  $ED=DB$ .

ד. (1) מצא את גודל הזווית ABE.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.



✓ **בגרות קיץ מועד ב' 2018 שאלון 804/481**

ABD הוא משולש ישר זווית ( $\angle ABD = 90^\circ$ ).

נסמן:  $BD = a$ . נתון:  $AB = 3a$ .

א. חשב את גודל הזווית  $\angle ADB$ .

ב. חשב את גודל הזווית  $\angle ADB$ .

ג. חשב את גודל הזווית  $\angle ADB$ .

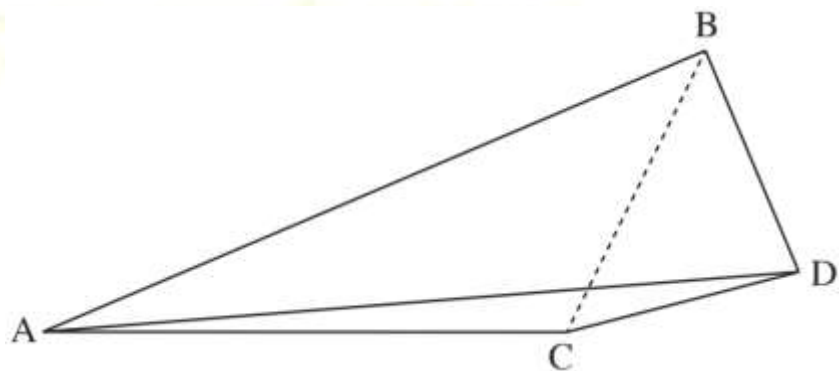
ד. נתון:  $\angle ADC = 10^\circ$ ,  $CD = BD$ .

ה. הבע באמצעות  $a$  את אורך הקטע  $BC$ .

ו. הבע באמצעות  $a$  את אורך הקטע  $AC$ .

ז. נתון: שטח המשולש  $BDC$  הוא  $30$  סמ"ר.

ח. חשב את שטח המרובע  $ABDC$ .



✓ **בגרות קיץ מועד א' 2015 שאלון 806/581**

נתון טרפז  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ).

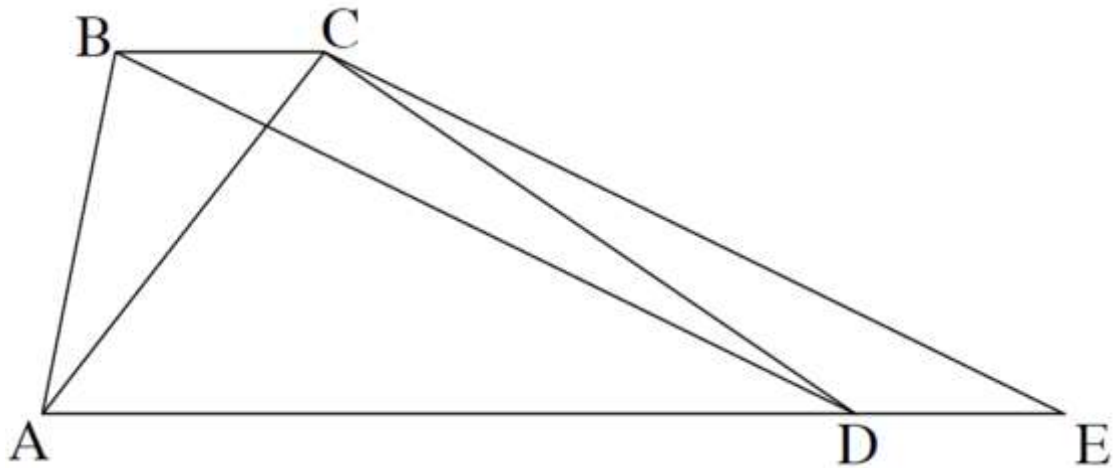
הנקודה  $E$  נמצאת על המשך  $AD$  כך ש-  $CE \parallel BD$  (ראה ציור)

נתון:  $DB = 1.8AC$  ,  $\sphericalangle CAD = 2\sphericalangle DBC$

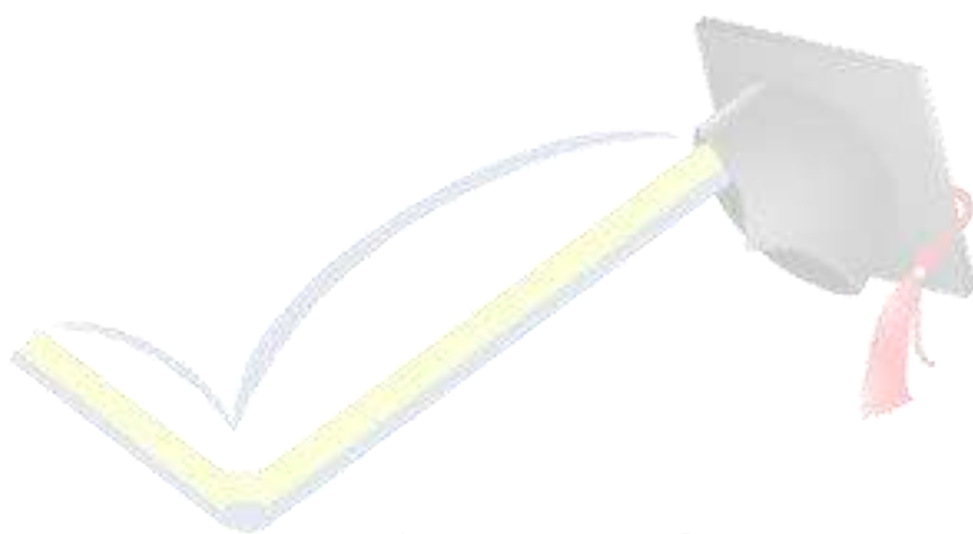
א. מצא את גודל הזווית CEA.

ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.

מצא את גובה הטרפז.



openbook  
המרכז לקידום אקדמי



openbook  
המרכז לקידום אקדמי