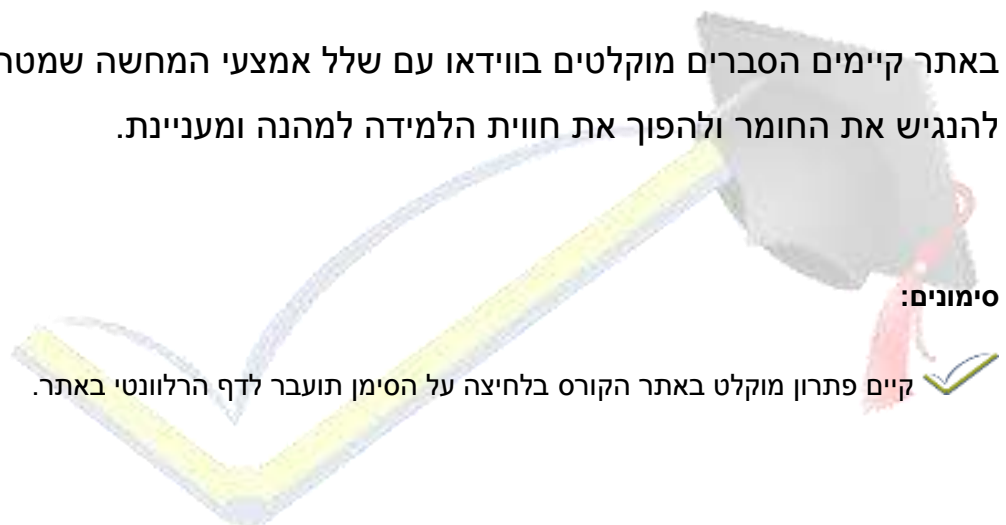


תלמידים יקרים

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **אינטגרל**, המהווה חלק קטן ממערך גדול של חומרי עזר להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.
באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.



סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר.

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

openbook
המרכז לקידום אקדמי

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

✓ חשבון אינטגרלי

✓ הפונקציה הקדומה

עד כה למדנו לחשב את הנגזרת של פונקציה וקראנו לפעולה זו גזירה.

כעת נעסוק בפעולה ההפוכה, כלומר מציאת הפונקציה המקורית עפ"י הפונקציה הנגזרת שלה.

נעסוק כעת בפעולת האינטגרציה – חישוב אינטגרל

אינטגרציה היא פעולה שהפוכה לגזירה עד כדי תוספת קבוע.

כלומר, תהיה נתונה הפונקציה הנגזרת $f'(x)$ וצריך יהיה למצוא את הפונקציה המקורית $f(x)$.

כעת נעסוק בפעולת אינטגרציה בעיקר בהסתמך על ידיעת הנגזרת. אינטגרלים כאלה יקראו **אינטגרלים מידיים**.

הסבר: מהי פונקציה קדומה?

$$\int 2x \, dx = x^2 + C$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = x^2 - 4$$

$$f_3(x) = x^2 + 1$$

$$f_4(x) = x^2 - 1,000,000$$

נתבונן בפונקציות הבאות:

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 - 4$$

שלוש הפונקציות הן מהצורה: $f(x) = x^2 + C$

השוני היחיד הוא באיבר החופשי C

הנגזרת של כל אחת מהפונקציות היא: $f'(x) = 2x$

✓ הגדרה: פונקציה קדומה

פונקציה $F(x)$ נקראת פונקציה קדומה לפונקציה נתונה $f(x)$ אם $F'(x)=f(x)$ לכל x בתחום של $f(x)$.

שימו לב – פועלת האינטגרציה לא תיתן לנו פונקציה יחידה.

למשל הפונקציה: $f'(x) = x^2$ היא יכולה להיות כל אחת מהפונקציות $f(x)$ הבאות:

$$f(x) = \frac{x^3}{3}, \quad f(x) = \frac{x^3}{3} + 8, \quad f(x) = \frac{x^3}{3} - 9, \quad f(x) = \frac{x^3}{3} + 1$$

למעשה $f(x)$ היא כל פונקציה מהצורה $f(x) = \frac{x^3}{3} + c$ כאשר c הוא מספר קבוע.

מקור השם פונקציה קדומה הוא בכך שהפונקציה $f(x)$ מתקבלת מ- $F(x)$ על ידי גזירה, ובמובן זה $F(x)$ קודמת ל- $f(x)$.

הגדרה:

פונקציה $F(x)$ נקראת פונקציה קדומה לפונקציה נתונה $f(x)$ אם $F'(x)=f(x)$ לכל x בתחום של $f(x)$.

מקור השם פונקציה קדומה הוא בכך שהפונקציה $f(x)$ מתקבלת מ- $F(x)$ על ידי גזירה, ובמובן זה $F(x)$ קודמת ל- $f(x)$.

✓ תרגילים

נתונה נגזרת של הפונקציה. יש למצוא את משפחת הפונקציות הקדומות שהנגזרת היא:

$$f'(x) = 3x^2 \quad \checkmark \quad (1)$$

$$f'(x) = x^3 \quad \checkmark \quad (2)$$

$$f'(x) = x^5 \quad \checkmark \quad (3)$$

$$f'(x) = 1 - 3x^2 - x^5 \quad \checkmark \quad (4)$$

$$y' = x - 5x^4 \quad \checkmark \quad (5)$$

$$y' = 2x - 1 \quad \checkmark \quad (6)$$

מונחים וצורת רישום

✓ התהליך באמצעותו מוצאים פונקציות קדומות נקרא אינטגרציה.

✓ אוסף כל הפונקציות הקדומות של $f(x)$ נקרא אינטגרל בלתי מסוים של $f(x)$ ומסומן $\int f(x) dx$.

✓ נהוג לסמן פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$ ב- $F(x)$.

✓ הסימן \int (סימן האינטגרל) הוא אות S מסוגנת, האות הראשונה במילה Sum – סכום.

✓ הפונקציה $f(x)$ הרשומה באינטגרל $\int f(x) dx$ נקראת אינטגרנד.

✓ אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$, אז הביטוי $f(x)dx$ הוא הדיפרנציאל של $F(x)$.

$$dF(x) = F'(x)dx = f(x)dx \quad \checkmark$$

✓ מהרישום dx בסימן האינטגרל ניתן ללמוד שהמשתנה של הפונקציה הוא x .

חוקי אינטגרציה בסיסיים הנובעים מחוקי הגזירה

$$\text{מתוך: } (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\text{מקבלים: } \int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

האינטגרל של סכום (או הפרש) שתי פונקציות (שיש להן פונקציה קדומה) שווה לסכום (או הפרש) האינטגרלים של שתי הפונקציות.

$$\text{מתוך: } (af(x))' = af'(x)$$

$$\text{מקבלים: } \int (af(x)) dx = a \int f(x) dx$$

האינטגרל של פונקציה (שיש לה פונקציה קדומה) המוכלת במספר קבוע שווה למספר הקבוע כפול האינטגרל של הפונקציה.

$$\text{מתוך: } (F(ax + b))' = aF'(ax + b)$$

$$\text{מקבלים: } \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C \quad \text{כאשר } \int f(x) dx = F(x) + C$$

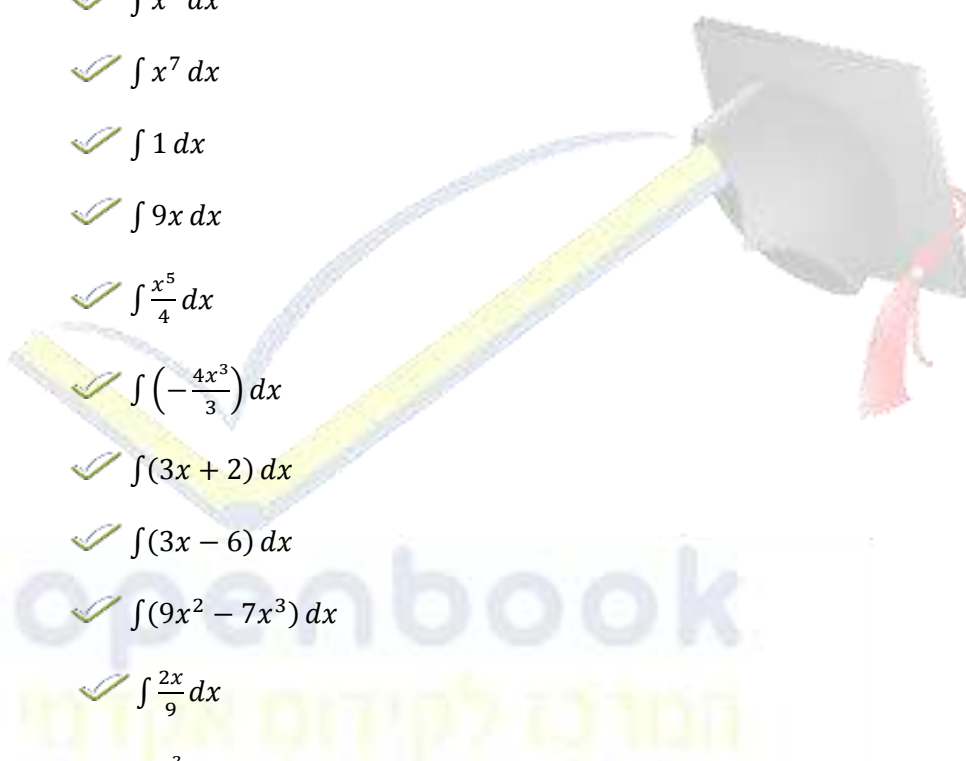
אינטגרל של פונקציה מורכבת עם מעריך טבעי:

$$\int (mx + b)^n dx = \frac{(mx + b)^{n+1}}{m(n+1)} + C$$

כאשר n טבעי, $m \neq 0$

✓ חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

- (7) ✓ $\int x dx$
- (8) ✓ $\int x^4 dx$
- (9) ✓ $\int x^7 dx$
- (10) ✓ $\int 1 dx$
- (11) ✓ $\int 9x dx$
- (12) ✓ $\int \frac{x^5}{4} dx$
- (13) ✓ $\int \left(-\frac{4x^3}{3}\right) dx$
- (14) ✓ $\int (3x + 2) dx$
- (15) ✓ $\int (3x - 6) dx$
- (16) ✓ $\int (9x^2 - 7x^3) dx$
- (17) ✓ $\int \frac{2x}{9} dx$
- (18) ✓ $\int \frac{x^2}{6} dx$
- (19) ✓ $\int (3 - 2x) dx$
- (20) ✓ $\int (3 - 2x)(x - 2) dx$



✓ (21)

הנגזרת של הפונקציה y היא $y'=4x-3$
גרף הפונקציה עובר דרך הנקודה $(1,10)$.
מצא את הפונקציה y .

✓ (22)

נתונה הפונקציה שנגזרתה: $f'(x) = 3x^2 - 5$
גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$.
מצא את הפונקציה הקדומה $f(x)$.

✓ (23)

נתונה הפונקציה $f(x)$ שנגזרתה: $f'(x) = 4x^3 - 4x$
א. מצא את שיעורי ה- x של נקודת המינימום של הפונקציה.
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה.
ג. ערך הפונקציה בנקודות המינימום שלה הוא -5 . מצא את $f(x)$.

✓ (24)

נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x^3 - 54$
ערך הפונקציה בנקודת המינימום שלה הוא -20 .
א. מצא את נקודת המינימום של הפונקציה.
ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

פתרון: א. 3. ב. $f(x) = \frac{x^4}{2} - 54x + 101.5$

✓ (25)

נתונה נגזרת הפונקציה: $f'(x) = 4x - x^2$

נתון: $f(3)=4$

מצא את הפונקציה הקדומה.

פתרון: ב. $f(x) = 2x^2 - \frac{x^3}{3} - 5$

✓ (26)

נתונה נגזרת הפונקציה: $f'(x) = 3x^2 - 8x$

ערך הפונקציה בנקודה $x=1$ הוא -5 .

חשב את ערך הפונקציה בנקודה $x=0$.

פתרון: $(0, -2)$

✓ (27)

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$: $f'(x) = 4x - x^2$

הפונקציה $f(x)$ עוברת דרך הנקודה $(3, 3)$.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

פתרון $f(x) = 2x^2 - \frac{x^3}{3} - 6$

✓ (28)

נתון כי $f'(x) = 16x^3 - 2$,

וערכה של הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה הוא 2 .

א. עבור איזה ערך של x מקבלת הפונקציה $f(x)$ מינימום?

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

פתרון א. $x=0.5$ ב. $f(x) = 4x^4 - 2x + 2\frac{3}{4}$

✓ (29)

נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת:

$$f'(x) = \frac{2x^2-5}{3} \text{ ו- } f(3)=2.$$

חשב את $f(0)$

פתרון $f(0)=1$

✓ (30)

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ מקיימת: $f'(x) = 6x^2 - 8x$

ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=1$ הוא 5.

חשב את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=2$.

פתרון $f(2)=7$

✓ (31)

הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה $y=-1$.

נגזרת הפונקציה היא: $f'(x) = 3x^2 - 1$

מצא את $f(2)$

פתרון $f(2)=5$



אינטגרל הלא מסוים פונקציות רציונליות

$$\int \frac{1}{x^n} dx = \int x^{-n} dx$$

$$\int x^{-n} dx = \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{f(x)^n} dx = \int f(x)^{-n} dx$$

$$\int f(x)^{-n} dx = \frac{f(x)^{-n+1}}{f'(x) \cdot (-n+1)} + C$$

תרגיל

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

(32) ✓ $\int \frac{4}{x^2} dx =$

(33) ✓ $\int -\frac{1}{2x^2} dx =$

(34) ✓ $\int \left(x^2 + 6x + \frac{6}{x^2}\right) dx =$

(35) ✓ $\int \frac{1}{(x+65)^2} dx$

(36) ✓ $\int \frac{12}{(5-3x)^2} dx$

(37) ✓ $\int \frac{9}{x^5} dx$

(38) ✓ $\int \left(-\frac{5}{2x^5} - 3x\right) dx$

(39) ✓ $\int \frac{3}{(x-4)^4} dx$

✓ אינטגרל לא מסוים פונקציות שורש

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int \frac{1}{2\sqrt{mx+b}} dx = \frac{1}{m}\sqrt{mx+b} + C$$

תרגיל

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

(40) ✓ $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(41) ✓ $\int -\frac{4}{\sqrt{x}} dx$

(42) ✓ $\int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2}\right) dx$

(43) ✓ $\int \frac{4}{\sqrt{4-x}} dx$

(44) ✓ $\int \frac{5}{\sqrt{2-5x}} dx$



openbook
המרכז לקידום אקדמי

אינטגרל בשיטת ההצבה

$$\int (f(x))^n \cdot f'(x) dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + C$$

תרגיל

מצא את האינטגרל הבא ע"י זיהוי הנגזרת הפנימית – שיטת ההצבה

(45) ✓ $\int (x^3 + 2)^5 x^2 dx =$

(46) ✓ $\int 3 \cdot (x^3 + 4)^2 \cdot x^2 dx =$

(47) ✓ $\int x(x^2 + 9)^5 dx =$

(48) ✓ $\int (2x + 4x^3)(1 + x^2 + x^4)^2 dx =$

(49) ✓ $\int 5x^2 (x^3 - 3)^4 dx =$

(50) ✓ $\int 3x^2 \sqrt[4]{x^3 + 1} dx =$

(51) ✓ $\int x \sqrt{x^2 + 1} dx =$

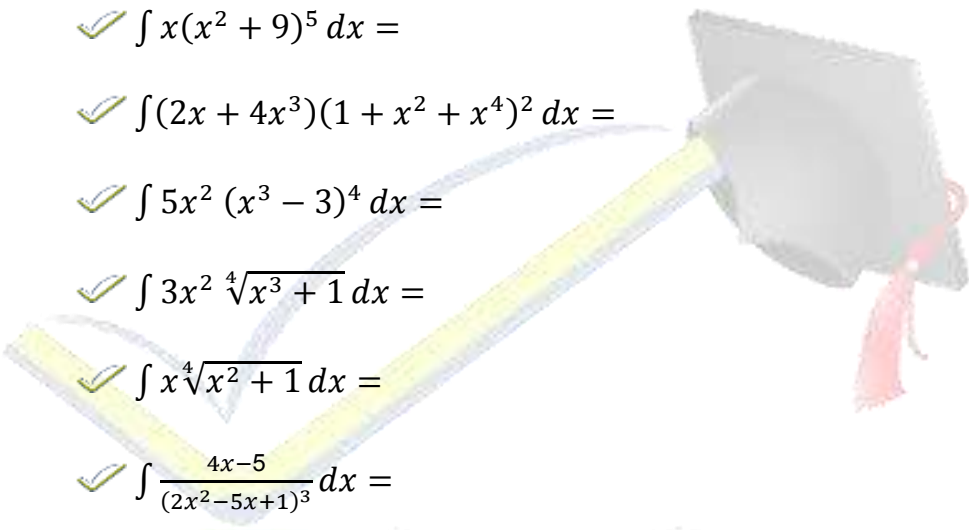
(52) ✓ $\int \frac{4x-5}{(2x^2-5x+1)^3} dx =$

(53) ✓ $\int \frac{2x}{(x^2+5)^2} dx =$

(54) ✓ $\int \frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}} dx =$

(55) ✓ $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} dx =$

(56) ✓ $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+5}} dx =$



openbook
המדריך לקידום

אינטגרל לא מסוים פונקציות טריגונומטריות

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \sin(mx + b) \, dx = \frac{-\cos(mx + b)}{m} + C$$

$$\int \sin f(x) \, dx = \frac{-\cos f(x)}{f'(x)} + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \cos(mx + b) \, dx = \frac{\sin(mx + b)}{m} + C$$

$$\int \cos f(x) \, dx = \frac{\sin f(x)}{f'(x)} + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2(mx + b)} \, dx = \frac{\tan(mx + b)}{m} + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 f(x)} \, dx = \frac{\tan f(x)}{f'(x)} + C$$

openbook

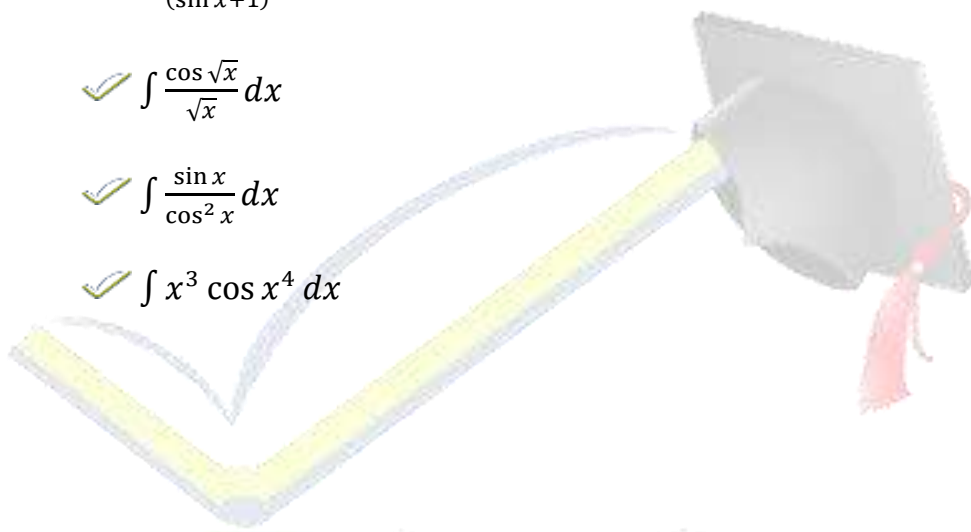
מרכז לקידום אקדמי

תרגיל

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

- (57) $\int 4 \sin x \, dx$
- (58) $\int \sin 6x \, dx$
- (59) $\int 4x^2 - 5 \sin x \, dx$
- (60) $\int 2 \cos x \, dx$
- (61) $\int \left(\frac{1}{2} - \cos x\right) \, dx$
- (62) $\int \cos 3x \, dx$

- (63) ✓ $\int \left(x + \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$
- (64) ✓ $\int (\cos(-2x) + 2 \sin(3x)) dx$
- (65) ✓ $\int (3 \cos x - 4 \sin x) dx$
- (66) ✓ $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}} dx$
- (67) ✓ $\int \sin x \cos^4 x dx$
- (68) ✓ $\int \frac{\cos x}{(\sin x + 1)^2} dx$
- (69) ✓ $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
- (70) ✓ $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
- (71) ✓ $\int x^3 \cos x^4 dx$



openbook
המרכז לקידום אקדמי

אינטגרלים של פונקציות מעריכיות

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int e^{mx+b} dx = \frac{e^{mx+b}}{m} + C$$

$$\int e^{f(x)} dx = \frac{e^{f(x)}}{f'(x)} + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$(a \neq 1, a > 0)$$

$$\int a^{mx+b} dx = \frac{a^{mx+b}}{m \cdot \ln a} + C$$

$$(m \neq 0, a \neq 1, a > 0)$$

$$\int a^{f(x)} dx = \frac{a^{f(x)}}{f'(x) \cdot \ln a} + C$$

תרגיל

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

- (72) $\int 7e^x dx$
- (73) $\int 3e^{5x} dx$
- (74) $\int e^{3x-7} dx$
- (75) $\int 7e^{5x+24} dx$
- (76) $\int \left(7e^x + \frac{1}{x^3}\right) dx$
- (77) $\int \sqrt{e^x} dx$
- (78) $\int \left(\frac{2}{e^x} - \frac{4}{e^{2x}}\right) dx$
- (79) $\int \left(\frac{6+e^{2x}}{e^x}\right) dx$
- (80) $\int 3^x dx$

(81) ✓ $\int 3^x \ln 3 \, dx$

(82) ✓ $\int (e^{3x-7} + 6^{2x}) \, dx$

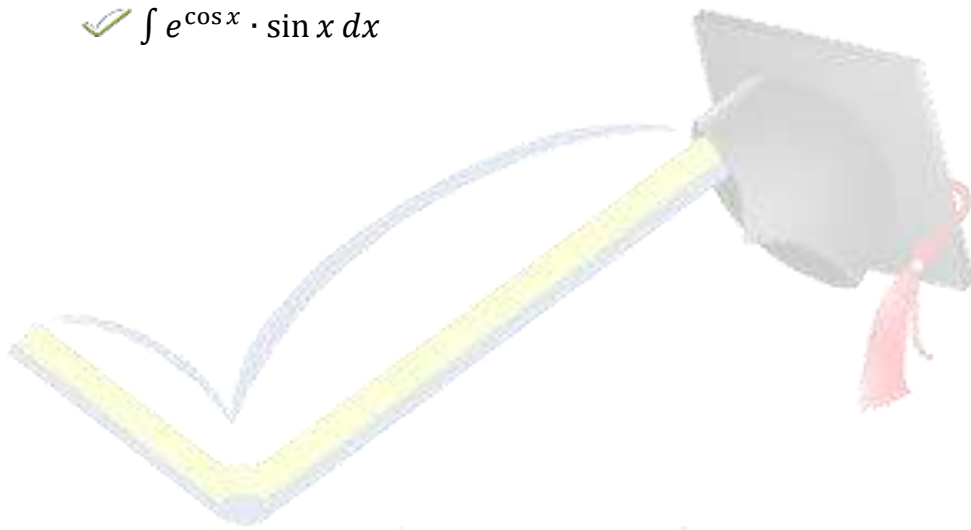
תרגיל

אינטגרל בשיטת ההצבה או זיהוי נגזרת פנימית

(83) ✓ $\int 3x^2 e^{x^3} \, dx$

(84) ✓ $\int \frac{e^x + 6x}{(e^x + 3x^2)^2} \, dx$

(85) ✓ $\int e^{\cos x} \cdot \sin x \, dx$



openbook
המרכז לקידום אקדמי

אינטגרלים של פונקציות לוגריתמיות

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$(x > 0)$$

$$\int \frac{1}{mx + b} dx = \frac{\ln(mx + b)}{m} + C$$

$$(mx + b > 0)$$

$$\int \frac{1}{f(x)} dx = \frac{\ln f(x)}{f'(x)} + C$$

תרגיל

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

(86) $\int \frac{7}{x} dx$

(87) $\int \frac{7}{7x+3} dx$

(88) $\int \left(\frac{6}{x} + \frac{4}{x^4} \right) dx$

(89) $\int \frac{3x-4}{9x^2-16} dx$

תרגיל

אינטגרל בשיטת ההצבה או זיהוי נגזרת פנימית

(90) $\int \frac{3x^2}{x^3+12} dx$

(91) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

(92) $\int \frac{e^x}{e^x-1} dx$

חישוב שטח

האינטגרל המסוים

תהי $f(x)$ פונקציה המגודרת בתחום $a \leq x \leq b$

תהי $F(x)$ פונקציה קדומה שלה כך שמתקיים $F'(x)=f(x)$

ההפרש: $F(b)-F(a)$ נקרא האינטגרל המסוים של הפונקציה $f(x)$ בתחום $a \leq x \leq b$

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

אין צורך לרשום את C בקדומה של אינטגרל מסוים מכיוון:

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b f(x) dx = (F(b) - C) - (F(a) - C) = \\ &= F(b) - C - F(a) + C = F(b) - F(a) \end{aligned}$$

תרגיל

חשב את האינטגרלים המסויימים הבאים:

$$\int_0^3 x dx$$

$$\int_{-4}^0 x^3 dx$$

$$\int_{-1}^1 (2 - 5x^3) dx$$

$$\int_{-2}^0 (-4x^3 + 3x) dx$$

$$\int_1^4 (1 - x)^3 dx$$

$$\int_0^2 (2x - 4)^2 dx$$

תרגיל

ידוע כי: $\int_0^a (4x) dx = 2$ כאשר $a > 0$

מצא את a .

תרגיל

ידוע כי: $\int_0^a (6x + 6) dx = 24$ כאשר $a > 0$

מצא את a .

תרגיל

ידוע כי: $\int_0^a (2x - 1)^5 dx = 0$ כאשר $a > 0$

מצא את a .

תרגיל

נתון כי: $\int_0^5 (x - a) dx = 2.5$

חשבו את ערכו של הפרמטר a .

חישוב שטח

השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה $f(x)$,

הישרים $x=a$, $x=b$ וציר ה- x

(כאשר $f(x)$ חיובית בקטע (a,b))

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

חישוב השטח הכלוא בין גרפים של שתי פונקציות

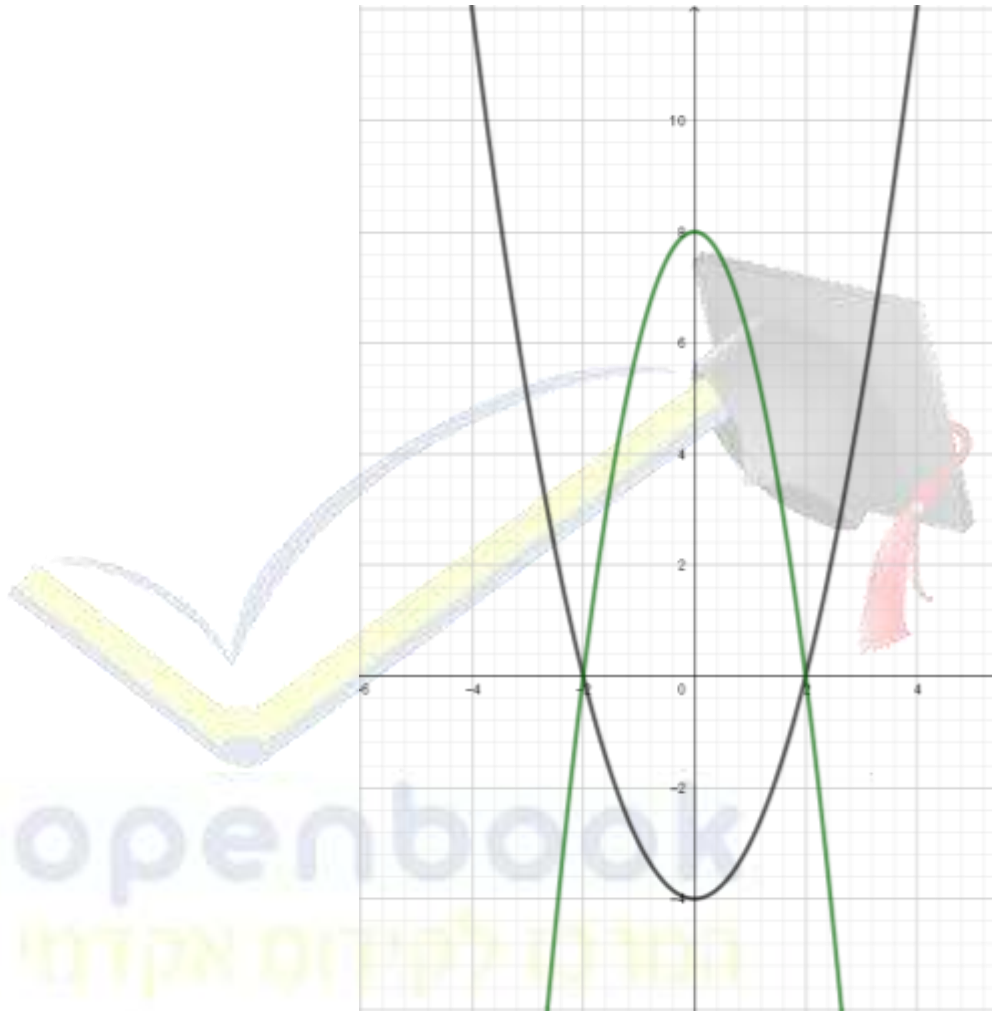
נבין את השטח של גרפים בין פונקציות לפי הדוגמה הבאה:

תרגיל חלק א'

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$g(x) = 8 - 2x^2$$

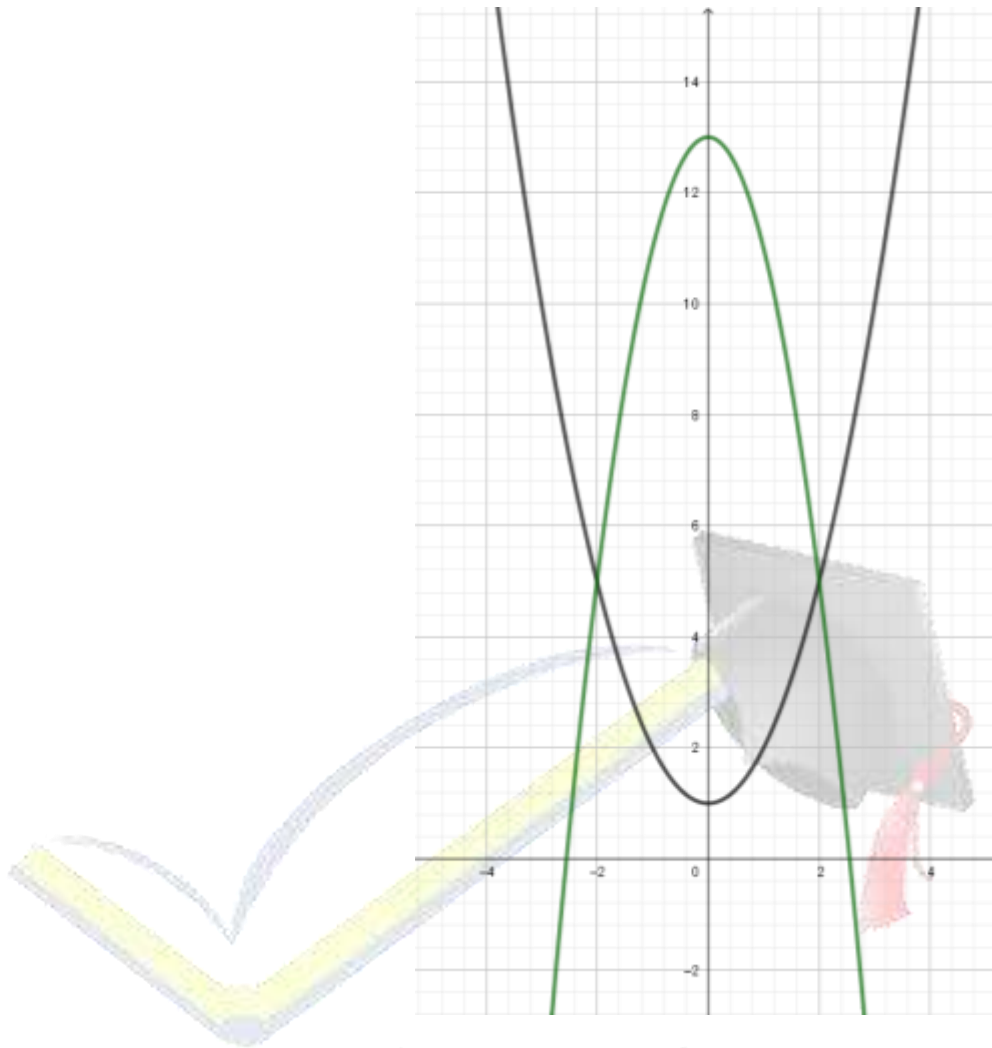


תרגיל חלק ב'

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = 13 - 2x^2$$

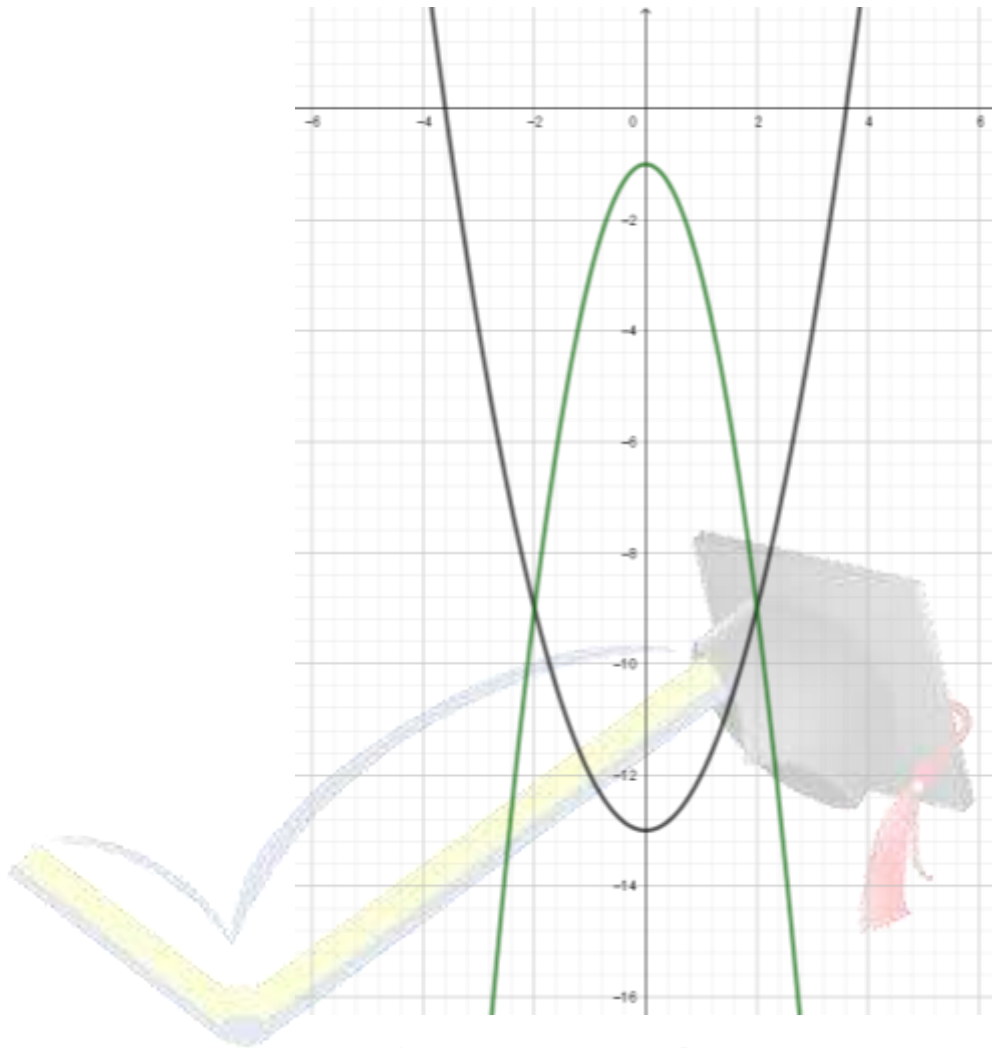


תרגיל חלק ג' ✓

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 13$$

$$g(x) = -1 - 2x^2$$



תרגיל

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6$$

$$g(x) = 6 - 2x^2$$

תרגיל

חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $y = \frac{1}{4}x^2 + 6$ שני הצירים והישר $x=4$

תרגיל

חשב את השטח הנמצא ברביע הרביעי והמוגבל ע"י גרף הפונקציה

$$y = x^2 - x - 6$$

תרגיל

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 4$ על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=-1$.

תרגיל

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 4$ עם הצירים

תרגיל

חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = (x - 2)^2$ לבין הצירים

תרגיל

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y = (x - 1)^4$ עם הצירים

תרגיל

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y = 2x^2 - 3x - 5$ עם הצירים ברביע הרביעי

תרגיל

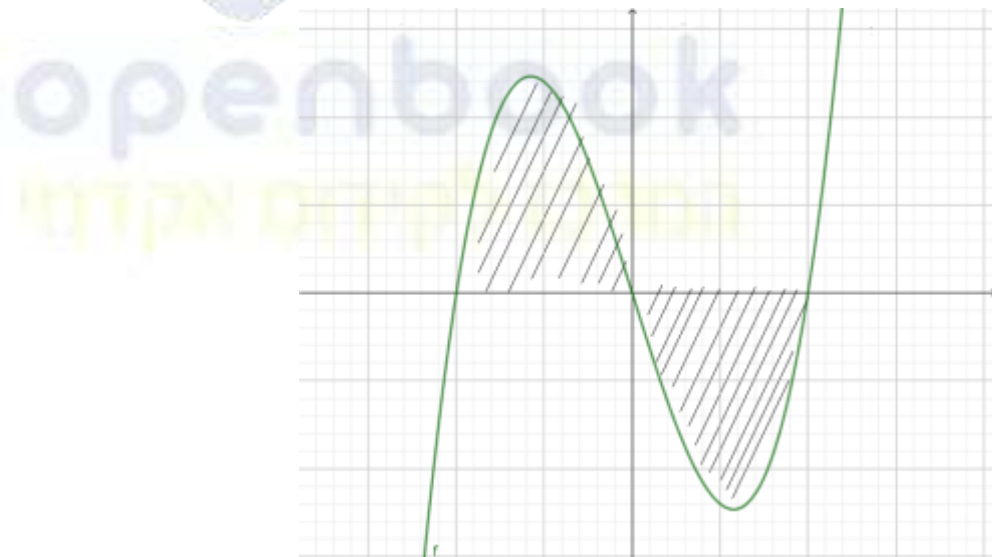
חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = (x - 2)^3$ לבין הצירים

תרגיל

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y = x(x^2 - 16)$ וציר ה- x

תרגיל

נתונה הפונקציה $y = x(x^2 - 9)$ חשב את השטח המסומן בשרטוט



תרגיל

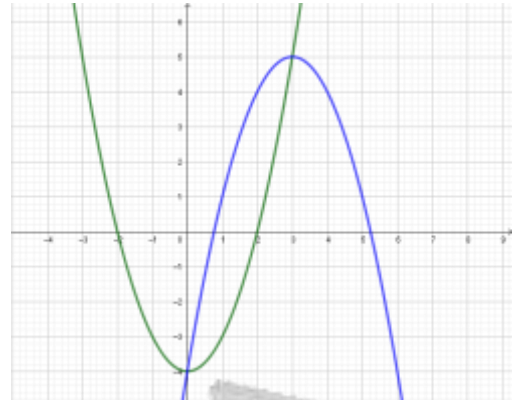
חשב את השטח המוגבל על ידי הפונקציה: $y = x(x^2 - 15)$ והישר $y = x$


תרגיל

חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 - 4$$

$$y = -x^2 + 6x - 4$$



 **תרגיל**

חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$y = 2x - x^2$$

$$y = x$$

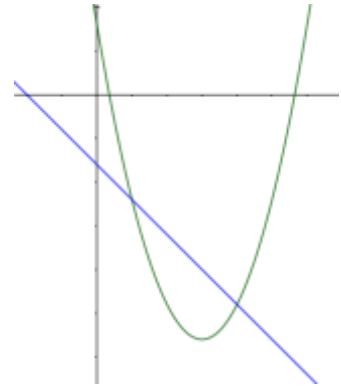


 **תרגיל**

חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

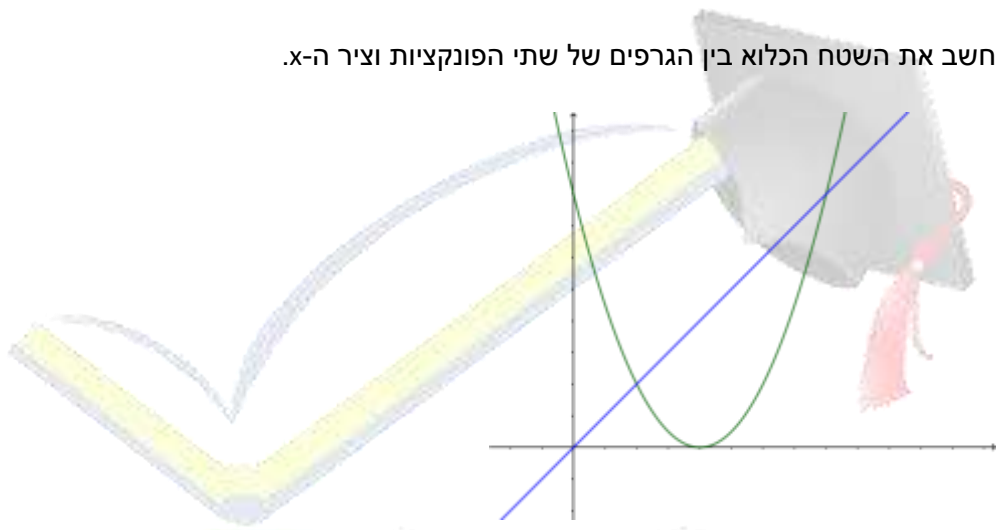
$$y = x^2 - 12x + 8$$

$$y = -2x - 8$$



תרגיל

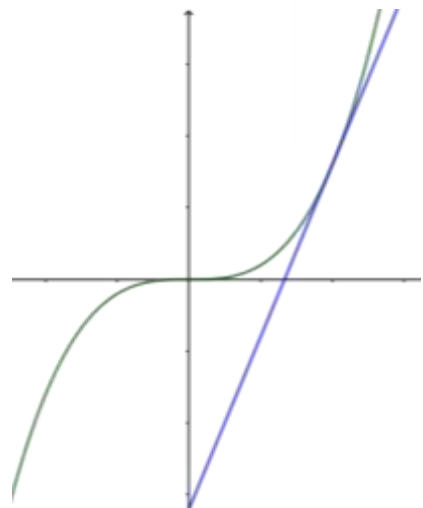
בציור מתואר הגרפים של הפונקציות: $y = x$ ו- $y = x^2 - 4x + 4$.
 חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- x .



תרגיל

לגרף הפונקציה $y = x^3$ העבירו משיק בנקודה $(2,8)$

- א. מצא את משוואת המשיק.
- ב. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה המשיק וציר ה- y .

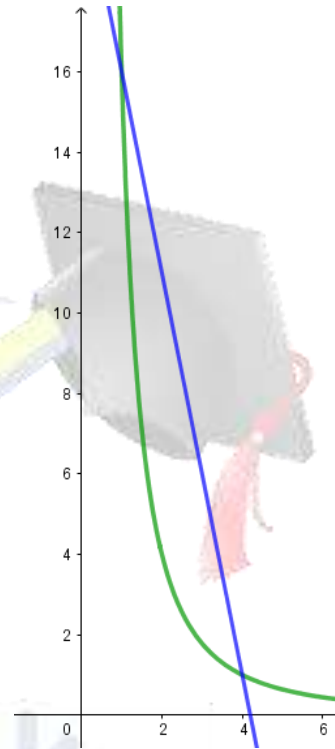


תרגיל

הגרפים של הפונקציות: $y = \frac{16}{x^2}$ ו- $y = -5x + 21$ נחתכים בנקודות A ו-B (ברביע הראשון).
שיעור ה- y של הנקודה A הוא 16 ושיעור ה- y של הנקודה B הוא 1.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות A ו-B.

ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות ברביע הראשון.



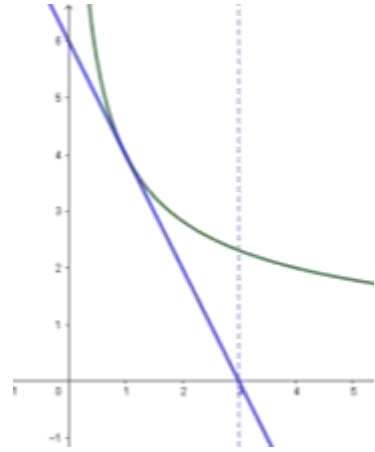
תרגיל

לגרף הפונקציה: $y = \frac{4}{\sqrt{x}}$ העבירו משיק בנקודה בה $y=4$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק והישר המאונך לציר ה- x שעובר בנקודה שמצאת בסעיף ב.



תרגיל

בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \cos 2x$ בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$.

א. חשב את האינטגרל: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi} \cos 2x \, dx$

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה וציר ה-x בתחום.

