


תלמידים יקרים,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **טכניקה אלגברית**, המהווה חלק קטן ממערך הולך וגדל של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. 

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל service@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

טכניקה אלגברית

פירוק לגורמים

פירוק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף

נסתמך על חוק הפילוג $ab+ac=a(b+c)$

פרק לגורמים ע"י הוצאת הגורם המשותף הגדול ביותר:

- (1) $4a+8$
- (2) $60y-12x$
- (3) $-7x^2 - 14x + 21$
- (4) $x^3 - 8x$
- (5) $5a^3 - a$
- (6) $a^2b^4 - b^2a$
- (7) $3x^2 + 9x$
- (8) $12x^2 + 4x$
- (9) $30a^4 - 24a^2 + 18a^3$
- (10) $48m^5n^6k^4 - 24m^3n^4k^4 - 36m^5n^4k^5 + 18m^3n^4$

פירוק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף שהוא רב איבר

פתור:







- (1) $(a+1)a+(a+1)4$
- (2) $2x(x-3y)-7(3y-x)$
- (3) $(5a + 2)^2 + (5a + 2)4$
- (4) $(a^2 - 3a + 4)a + (a^2 - 3a + 4)6$

פירוק לגורמים עפ"י נוסחאות הכפל המקוצר

הנוסחה להפרש ריבועים בכיוון ההפוך:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

פתור:

1.  $a^2 - 4$
2.  $49 - 144x^2$
3.  $x^8y^6z^4 - 4a^2b^6$
4.  $3x^2 - 75$
5.  $108 - 3a^2$
6.  $32a^2b - 98b$

פירוק לגורמים עפ"י הנוסחאות לדו איבר בריבוע

נרשום את הנוסחאות כך:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

פתור:

1. ✓ $a^2 + 4a + 4$
2. ✓ $9x^2 - 30x + 25$
3. ✓ $k^3 - 10k^2 + 25k$
4. ✓ $4a^2 - 32a + 64$
5. ✓ $90a^2 + 120a + 40$
6. ✓ $10x^4z - 20x^2yz + 10y^2z$

✓ פירוק לגורמים לפי קבוצות

לדוגמא: פרק לפי קבוצות את תבנית המספר:

$$15x^2 + 20x - 6x - 8$$

פתרון

$$\begin{aligned} 15x^2 + 20x - 6x - 8 &= \\ &= 5x(3x + 4) - 2(3x + 4) = \\ &= (3x + 4)(5x - 2) \end{aligned}$$

פתור:

1. ✓ $a^2 + 6a + 3a + 18$
2. ✓ $a^2 - 7a - a + 7$
3. ✓ $9a^2 - 24a + 64 - 24a$

פירוק לגורמים של תלת איבר ריבועי

טרינום

תבנית מהצורה $ax^2 + bx + c$.

$$x^2 + 15x + 36 =$$

$$= x(x + 3) + 12(x + 3)$$

$$= (x + 3)(x + 12)$$

$$x^2 + 15x + 36 = x^2 + \triangle x + \square x + 36$$

$$\triangle \cdot \square = 36$$

$$\triangle + \square = 15$$

$$\mathbf{a = 1}$$

$$x^2 + bx + c = (x + \triangle)(x + \square)$$

$$\triangle \cdot \square = ac$$

$$\triangle + \square = b$$

פתור:

1. $x^2 + 4x + 3$
2. $x^2 - 10x + 21$
3. $x^2 - 8x + 16$
4. $3x^3 - 3x^2 - 36x$

✓ פרק לגורמים לפי שיטת הטרינום ($a \neq 1$) דרך | פירוק לפי קבוצות

$$\begin{aligned} & \mathbf{a \neq 1} \\ & ax^2 + bx + c = (x + \triangle)(x + \square) \\ & \triangle \cdot \square = ac \\ & \triangle + \square = b \end{aligned}$$

פתור:

1. ✓ $2x^2 + 9x + 9$
2. ✓ $10x^2 + 3x - 4$
3. ✓ $-14x^2 - 3x + 2$
4. ✓ $2x^2 + 9x + 9$
5. ✓ $10x^2 + 3x - 4$
6. ✓ $-14x^2 - 3x + 2$

משוואות עם נעלם במכנה ✓

השלבים לפתרון משוואות עם נעלמים במכנה:

1. נמצא תחום הגדרה למשוואה.
2. נפרק לגורמים את הביטויים שבמכנים (ככל שניתן)
3. נמצא מכנה משותף מינימלי לכל הביטויים במכנה.
4. נכפול את המשוואה במכנה המשותף המינימלי. (כך שקיבלנו משוואה ללא שברים ונמצא פתרון/ות)
5. נבדוק האם הפתרון/ות שקיבלנו מאפסים כל מכנה. במידה וקיבלנו פתרון המאפס מכנה נבטלו.

פתור:

$$(1) \quad \checkmark \quad \frac{10}{x-7} - \frac{9}{x} = 4$$

$$(2) \quad \checkmark \quad \frac{x^2+12}{x-3} = \frac{7x}{x-3}$$

$$(3) \quad \checkmark \quad \frac{3}{x^2+x} + \frac{1}{2x-2} = \frac{3}{x^2-1}$$

$$(4) \quad \checkmark \quad \frac{x-3}{x^2-6x+5} = \frac{5}{x^2-1}$$

✓ משוואות דו ריבועיות

משוואה מהצורה $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$) נקראת משוואה דו ריבועית.

כדי לפתור את המשוואה הזאת נעזר בנעלם אחר.

השלים לפתרון משוואה דו ריבועית:

1. נסמן $x^2 = t$. אם נעלה בריבוע, נקבל: $x^4 = t^2$.

2. נרשום את המשוואה בעזרת הנעלם t . נקבל את המשוואה הריבועית הבאה: $at^2 +$

$$bt + c = 0 \text{ ונמצא פתרונות (במידה וקיימים) } t_1, t_2.$$

3. לאחר שקיבלנו את t – נמצא את x לפי הסימון בסעיף (1) $x^2 = t$.

פתור

(1) ✓ $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

(2) ✓ $x^4 - 6x^2 + 10 = 0$

(3) ✓ $x^4 + 49x^2 = 0$

(4) ✓ $\frac{x^2+3}{x^2-4} = \frac{7x^2-4}{x^4-4x^2}$

משוואות אי – רציונלית ✓

משוואה אי רציונלית היא משוואה שבה הנעלם מופיע מתחת לשורש.

השלבים לפתרון משוואה אי רציונלית:

1. נבודד ביטוי עם השורש (במידת האפשר)
2. נשתמש בכלל: $(\sqrt{x})^2 = x$ כדי לבטל את השורש. לכן, נעלה בריבוע את שני האגפים.
3. נפתור את המשוואה
4. נבדוק על ידי הצבת הפתרונות במשוואה שלפני ההעלאה בריבוע האם הפתרון מקיים את המשוואה. במידה ולא מקיים את המשוואה נבטלו!

פתור:

- (1) ✓ $\sqrt{x} = 4$
- (2) ✓ $\sqrt{x+1} = 4$
- (3) ✓ $\sqrt{x-2} = -4$
- (4) ✓ $x + \sqrt{x} = 20$
- (5) ✓ $\sqrt{x-5} = \frac{1}{\sqrt{x-5}}$
- (6) ✓ $4x\sqrt{x} - 108 = 0$